Beitrag zur Theorie des indirekt wirkenden Beharrungsreglers

Von der Königl. Technischen Hochschule zu München

zur

Erlangung der Würde eines Doktors der technischen Wissenschaften (Doktor-Ingenieurs)

genehmigte

DISSERTATION

Vorgelegt von

MARIO DORNIG
Ingenieur
aus Rom

Referent: Professor Dr. Rudolf Camerer
Korreferent: Professor Dr. Sebastian Finsterwalder

München
Druck von R. Oldenbourg
1911

Beitrag zur Theorie des indirekt wirkenden Beharrungsreglers

Von der Königl. Technischen Hochschule zu München

zur

Erlangung der Würde eines Doktors der technischen Wissenschaften (Doktor-Ingenieurs)

genehmigte

DISSERTATION

ACAD.
LUCO BAT.
BIBL.

Vorgelegt von

MARIO DORNIG
Ingenieur
aus Rom

Referent: Professor Dr. Rudolf Camerer
Korreferent: Professor Dr. Sebastian Finsterwalder

München
Druck von R. Oldenbourg
1911

Vorwort.

Die täglichen Fortschritte des modernen Maschinenbaues haben ihren Einfluß auch auf den Bau der Regulierapparate ausgeübt, und es werden die größten Anforderungen einerseits auf kleine und rasch gedämpfte Tourenschwankungen, anderseits aber auch auf einfache und übersichtliche Einrichtungen gestellt.

Während die Verwendung von Beharrungsreglern, meistens als Achsenregler, für die direkte Regulierung von Kraftmaschinen und besonders bei Kolbendampfmaschinen, jeden Tag an Verbreitung gewinnt, hat sich die Anwendung derselben zur indirekten Regulierung, die doch allgemein bei den Wasser- und Dampfturbinen vorgenommen wird, bis jetzt weniger eingeführt.

Zweck vorliegender Abhandlung ist, die Hauptfragen der indirekten Beharrungsregelung so weit zu untersuchen, daß die rechnerische Lösung von praktischen Aufgaben ohne besondere Schwierigkeiten möglich ist. Die damit verbundenen konstruktiven Fragen, vor allem die Frage des Baues des eigentlichen Reglers, sind dabei nur oberflächlich berührt worden, da eine erschöpfende Lösung derselben nur auf Grund von eingehenden Versuchen und praktischen Erfahrungen zu erwarten ist.

Dementsprechend sind die unserer Abhandlung beigegebenen Abbildungen rein schematischer Natur; dieselben stellen namentlich die einfachsten und übersichtlichsten, nicht aber die konstruktiv best ausgeführten Apparate dar.

Möge vorliegende Abhandlung die Vorteile der indirekt wirkenden Regulatoren dartun und gleichzeitig auf die noch im Wege stehenden Schwierigkeiten hinweisen.

München, den 29. Juli 1911.

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Wichtigste Bezeichnungen VII

A. Voruntersuchungen der einzelnen Getriebe.

I. Allgemeine Bezeichnungen 1

II. Reiner Beharrungsregler 2

III. Schwingungsdauer des reinen Beharrungsreglers 5

IV. Kombinierter Fliehkraft- und Beharrungsregler 6

V. Schema des Servomotors 14

VI. Schwingungsdauer des kombinierten Fliehkraft- und Beharrungsreglers 18

B. Der Regler im Zusammenhang mit der Kraftmaschine.

I. Indirekt wirkender reiner Beharrungsregler.

a) Regler mit unendlich kleiner Schwingungsdauer 20

b) Reiner Beharrungsregler mit endlicher Schwingungszeit . . . 22

c) Beharrungsregler mit loser Masse 26

II. Kombinierter Fliehkraft- und Beharrungsregler..

a) Kombinierter Regler mit unendlich kleiner Schwingungszeit . 31

b) Kombinierter Fliehkraft- und Beharrungsregler mit endlicher Schwingungszeit 48

C. Erörterung anderer Fragen.

I. Annahme konstanter Reguliergeschwindigkeit 57

II. Hubbegrenzungen am Servomotor 58

D. Schlußwort 60

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41555418_0024

Wichtigste Bezeichnungen.

ω Winkelgeschwindigkeit der Turbinen- und der Reglerwelle.

ω_m mittlere Winkelgeschwindigkeit.

ω_o normale Winkelgeschwindigkeit des stationären Zustandes bei Leerlauf (für kombinierte Regler).

ω_1 normale Winkelgeschwindigkeit bei einer gegebenen Belastung M_1 (für kombinierte Regler).

ω_2 normale Winkelgeschwindigkeit bei Vollast.

M Kraftmoment des Motors.

M_1 Reaktionsmoment des Kraftabnehmers.

M_{max} dauerndes maximales Kraftmoment des Motors.

M_a größtes Kraftmoment des Motors bei einer vorübergehenden Belastung.

M_r Moment der passiven Widerstände am Motor (Lagerreibung etc.).

$E = \frac{M_{max} - M_1}{M_{max}}$ Entlastungsfaktor.

$\mu = \frac{M - M_1}{M_{max}}$ verhältnismäßiger Kraftüberschuß.

$\delta = \frac{\omega_o - \omega_2}{\omega_m}$ Unregelmäßigkeitsgrad des Reglers (der Rückführung entsprechend, bei kombinierten Reglern).

$\Delta = \frac{\omega - \omega_1}{\omega_m}$ verhältnismäßige Tourenabweichung.

Δ_{max} Maximalwert derselben.

I Schwungmoment des Motors.

$T_a = \frac{I\omega_m}{M_{max}}$ Anlaufzeit des Motors.

α Winkelabweichung des Beharrungskörpers von seiner Ruhelage (für $\omega = \omega_o$, $\frac{d\omega}{dt} = 0$).

α_{max} Winkelabweichung für die maximale Beschleunigung $\frac{\omega_m}{T_a}$.

$-\alpha_1$ Winkelabweichung für $\frac{d\omega}{dt} = 0$, $\omega = \omega_1$.

$-\alpha_2$ Winkelabweichung für $\frac{d\omega}{dt} = 0$, $\omega = \omega_2$.

$A = \frac{\alpha + \alpha_1}{\alpha_2}$ verhältnismäßige Winkelabweichung.

$\delta_2 = \delta \frac{\alpha_{max}}{\alpha_2}$ charakteristischer Unregelmäßigkeitsgrad des kombinierten Reglers, dem Ausschlag α_{max} entsprechend.

i_1 Trägheitsmoment des Beharrungskörpers unter Zurechnung aller reduzierten Massen des Fliehkraftkörpers, der Reguliergetriebe usw.

i_2 Trägheitsmoment des Beharrungskörpers allein.

$\varkappa$ Federkonstante des Reglers.

$\varkappa_1$ Koeffizient der Ölbremse.

$T_\varkappa = \frac{i_1}{\varkappa_1}$ Bremsungszeit.

T_e Eigenschwingungszeit des Reglers.

T Schlußzeit des Servomotors bei einer beliebigen Ventilöffnung.

T_s desgl. bei der dem Ausschlag α_{max} entsprechenden Ventilöffnung.

T_s' minimale Schlußzeit bei der größten Ventilöffnung.

t fortlaufende Zeit.

$\tau = \frac{t}{T_s}$ fortlaufendes Zeitverhältnis.

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\omega_m}{T_s} \frac{d\frac{\omega - \omega_m}{\omega_m}}{d\frac{t}{T_s}} = \frac{\omega_m}{T_s} \frac{d\Delta}{d\tau}$$ Winkelbeschleunigung der Reglerwelle.

$$\mu = \frac{I}{M_{max}} \frac{d\omega}{dt} = \frac{I\,\omega_m}{M_{max}\,T_s} \frac{d\Delta}{d\tau} = \frac{T_a}{T_s} \frac{d\Delta}{d\tau}$$ Motorgleichung.

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{\alpha_2}{T_s} \frac{d\frac{\alpha + \alpha_1}{\alpha_2}}{d\frac{t}{T_s}} = \frac{\alpha_2}{T_s} \frac{dA}{d\tau} = \frac{\alpha_{max}}{T_s} \frac{\delta}{\delta_2} \frac{dA}{d\tau}$$ Relative Winkelgeschwindigkeit des Schwungkörpers.

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = \frac{\alpha_2}{T_s^2} \frac{d^2\frac{\alpha + \alpha_1}{\alpha_2}}{d\left(\frac{t}{T_s}\right)^2} = \frac{\alpha_2}{T_s^2} \frac{d^2A}{d\tau^2} = \frac{\alpha_{max}}{T_s^2} \frac{\delta}{\delta^2} \frac{d^2A}{d\tau_2}$$ Relative Winkelbeschleunigung des Schwungkörpers.

A. Voruntersuchungen der einzelnen Getriebe.

I. Allgemeine Bezeichnungen.

Es wird zuerst, der Einfachheit halber, angenommen, daß Kraftmaschine und Regler mit derselben Winkelgeschwindigkeit ω rotieren. Wir werden uns auf den Fall einer plötzlichen Entlastung der vollbelasteten Kraftmaschine beschränken: andere Fälle wären hiernach nicht schwer zu behandeln.

Sei M das Kraftmoment des Motors, $M_{\max}$ sein Maximalwert. Bei Vollast haben Kraftmoment des Motors und Reaktionsmoment des Kraftabnehmers denselben Wert $M_{\max}$; durch eine plötzliche Entlastung fällt das Reaktionsmoment auf den Wert M_1, es bleibt daher ein überschüssiges Moment $M_{\max} - M_1$ frei, das die rotierende Masse der Maschine beschleunigt. Wir werden den Bruchteil $\frac{M_{\max} - M_1}{M_{\max}} = E$ als Entlastungsfaktor bezeichnen.

Nach Beginn des Reguliervorgangs wird jedoch das Kraftmoment des Motors durch die Reguliervorrichtung geändert und das überschüssige Moment nimmt dabei den Wert $M - M_1$ an. Wir werden den Bruchteil $\frac{M - M_1}{M_{\max}} = \mu$ verhältnismäßigen Kraftüberschuß nennen.

Ferner nennen wir I das Trägheitsmoment sämtlicher rotierender Teile der Kraftmaschine.

Wenn ω_m ein mittlerer Wert der Winkelgeschwindigkeit ist, nennen wir ferner $T_a = \frac{I\,\omega_m}{M_{\max}}$ die wohlbekannte Anlaufzeit der Maschine; T_a ergibt uns ein bequemes Maß für die Schwungradwirkung: es ist nämlich T_a diejenige Zeit, welche die Maschine bei vollem Kraftmoment $M_{\max}$ braucht, um vom Stillstand aus ihre normale Geschwindigkeit ω_m zu erreichen.

Wenn n die Tourenzahl pro Minute, N die volle Leistung der Maschine, in PS ausgedrückt, G das Gewicht der Schwungmassen in kg, D der mittlere Durchmesser derselben, U_m die dazu gehörige Umfangsgeschwindigkeit in Metern pro Sekunde ist, so wird. wie bekannt:

$$T_a = n^2 \frac{G D^2}{N} \frac{1}{270000} \text{ oder auch } T_a = \frac{1}{740} U^2{}_m \frac{G}{N}$$

Um in unseren Formeln nur reine Zahlenwerte einzuführen, was leichter zu Ergebnissen allgemeinster Anwendung führt, werden wir für den Fall einer einfachen Beharrungsregulierung, wenn die Maschine zum Anfang des Reguliervorganges die mittlere Winkelgeschwindigkeit ω_m besitzt $\Delta = \frac{\omega - \omega_m}{\omega_m}$ die verhältnismäßige Tourenabweichung nennen. Der Ausdruck der Beschleunigung der Schwungmasse der Maschine ist $\frac{M - M_1}{I} = \frac{d\omega}{dt}$ oder $\frac{M - M_1}{M_{\max}} \frac{M_{\max}}{I} = \mu \frac{M_{\max}}{I} = \frac{d\omega}{dt}$, wodurch der Ausdruck $\frac{I}{M_{\max}} \frac{d\omega}{dt}$ sich ergibt.

Mit T_s bezeichnen wir eine Zeitkonstante, deren Wert für jeden einzelnen Fall näher zu bestimmen ist.

Somit können wir anstatt der fortlaufenden Zeit t ein laufendes Zeitverhältnis $\tau = \frac{t}{T_s}$ einführen.

Bei Benutzung dieser Ausdrücke haben wir:

$$\mu = \frac{I \omega_m}{M_{\max} T_s} \frac{d \frac{\omega - \omega_m}{\omega_m}}{d \frac{t}{T_s}} \text{ oder } \mu = \frac{T_a}{T_s} \frac{d \Delta}{\delta \tau}.$$

Wir werden diese Gleichung **„Motorgleichung“** nennen.

II. Reiner Beharrungsregler.

Als »reiner Beharrungsregler« bezeichnen wir einen Regler, bei welchem die Verschiebung der Muffe nur durch beschleunigungskräfte hervorgerufen wird. Ein solcher Regler kann jedoch keine praktische Anwendung finden, da bei einer sehr langsamen Veränderung der Belastung, d. h. bei einer sehr kleinen Beschleu-

nigung der Regler, infolge der unvermeidlichen Reibungswiderstände gar nicht zur Wirkung käme. Es wäre deswegen in solchen Fällen eine beliebig große, ständige Veränderung der Tourenzahl kaum zu vermeiden. Es muß daher die Wirkung der Beschleunigungskräfte durch die Wirkung von Fliehkräften gestützt werden.

Die Behandlung des Falles des reinen Beharrungsreglers hat jedoch den Zweck, die charakteristischen Eigenschaften der Beharrungsregulierung besonders hervorzuheben; anderseits kann man sich immer denken, daß ein Fliehkraftregler wohl vorhanden, aber seine Wirkung derart langsam sei, daß der Reguliervorgang in seinen ersten Phasen von dem in den nächsten Seiten geschilderten Vorgang nur unerheblich abweicht.

Ein Beharrungsregler in einer sehr einfachen, jedoch nur schematischen, Ausführung ist in Fig. 1 dargestellt. Auf der Reglerwelle w ist ein schwungradförmiger Körper vom Trägheitsmoment i_2 lose aufgeschraubt; der Körper trägt eine muffenförmige Verlängerung m, und ist auf der anderen Seite mit der Welle w durch eine Drehfeder f verbunden.

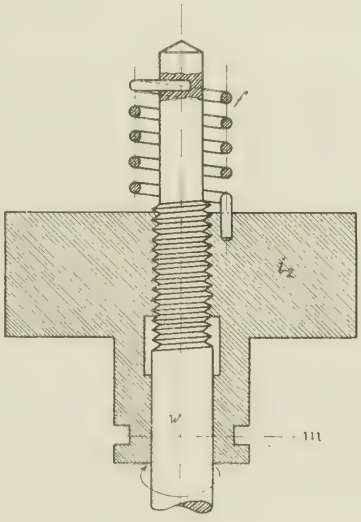

Fig. 1.

Wenn die Reglerwelle w mit beschleunigter oder verzögerter Winkelgeschwindigkeit sich dreht, muß diese Beschleunigung bzw. Verzögerung durch die Feder f dem Schwungkörper übertragen werden: es wird hiermit dieselbe deformiert, der Körper erfährt eine relative Winkelverschiebung gegenüber der Welle w, und wegen der Schraubenverbindung muß er sich auch in der achsialen Richtung verschieben. Auf diese Weise hat jede Beschleunigung der Welle eine Verschiebung der Muffe m nach oben, jede Verzögerung eine Verschiebung derselben nach unten zur Folge.

Um die Wirkungsweise dieses Reglers eingehender zu betrachten, nehmen wir die Winkelverschiebung α des Schwungkörpers

gegenüber der Welle positiv für eine Beschleunigung, negativ für eine Verzögerung derselben, gleich Null wenn die Welle konstante Drehgeschwindigkeit behält: also wenn $\frac{d\omega}{dt} = 0$.

Weiter fixieren wir diejenige Lage, die der Schwungkörper annehmen würde, wenn die Welle mit konstanter Beschleunigung rotieren würde und jede Schwingung der Schwungmasse durch Eigenreibung oder noch besser durch eine Ölbremse vollständig beseitigt wäre. Wenn $\varkappa$ die Konstante der Feder f ist, so ist das auf die Schwungmasse wirkende Drehmoment $F = \varkappa\alpha = i_2 \frac{d\omega}{dt}$.

Die größte Beschleunigung erhalten wir im Falle einer totalen plötzlichen Entlastung, d. h. wenn $E = 1$ und das ganze Kraftmoment $M_{\max}$ auf die Schwungmasse I der Maschine wirkt. Es ist in diesem Falle

$$\left(\frac{d\omega}{dt}\right)_{\max} = \frac{M_{\max}}{I}$$

oder auch, (vgl. voriges Kapitel):

$$\left(\frac{d\omega}{dt}\right)_{\max} = \frac{M_{\max}}{I} = \frac{\omega_m}{T_a}$$

und dementsprechend:

$$F_{\max} = \varkappa\alpha_{\max} = i_2 \left(\frac{d\omega}{dt}\right)_{\max} = i_2 \frac{M_{\max}}{I} = i_2 \frac{\omega_m}{T_a}.$$

Für den Fall einer partiellen Entlastung ist:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{M_{\max} - M_1}{I} = E \frac{M_{\max}}{I}$$

und

$$F_1 = \varkappa\alpha = i_2 \frac{d\omega}{dt} = i_2 E \frac{M_{\max}}{I} = E F_{\max};\ \alpha = E\alpha_{\max};\ E = \frac{F_1}{F_{\max}}.$$

Wenn wir $A_2 = \alpha_{\max} F_{\max}$ das Arbeitsvermögen des Beharrungsreglers nennen; weiter F_r das resultierende Moment der Reibungswiderstände sämtlicher Regulierorgane, auf den Schwungkörper des Reglers bezogen, $A_r = \alpha_{\max} F_r$ die Arbeit dieser Reibungskräfte für den Ausschlag $\alpha_{\max}$ des Schwungkörpers, so ist $E_r = \frac{A_r}{A_2} = \frac{F_r}{F_{\max}}$ derjenige Entlastungsfaktor, bei welchem die Beschleunigung so groß zu werden anfängt, daß das dadurch erzeugte Drehmoment des Schwungkörpers imstande ist, die Reibungswiderstände zu überwinden.

Es spielt somit A_2 eine ähnliche Rolle wie das Arbeitsvermögen des gewöhnlichen Fliehkraftreglers. Es ist jedoch das Verhalten des Beharrungsreglers gegenüber den Reibungswiderständen ganz verschieden von demjenigen des Fliehkraftreglers. Bei dem Fliehkraftregler muß, wie auch der Entlastungsfaktor gegeben sei, immer eine gewisse Zeit verlaufen, bevor die Tourenzahl so weit gesteigert ist, daß ein genügender Fliehkraftüberschuß vorhanden ist, um die Reibungswiderstände zu überwinden. Der Beharrungsregler kommt dagegen gar nicht zur Wirkung, wenn der Entlastungsfaktor $< E_x$ ist; wirkt jedoch sofort, wenn derselbe $> E_x$ ist.

III. Schwingungsdauer des reinen Beharrungsreglers.

Die Zeitdauer T_e einer einfachen Schwingung des in Fig. 1 dargestellten Schwungkörpers läßt sich ohne weiteres durch die wohlbekannte Pendelformel:

$$T_e = \pi \sqrt{\frac{i_2}{\varkappa}}$$

ausdrücken. Wir wollen jedoch die Federkonstante $\varkappa$ durch die wichtigeren Konstanten des Reglers A_2 i_2 und ω_m ausdrücken. Es ist nämlich das Arbeitsvermögen des Reglers

$$A_2 = F_{\max}\, \alpha_{\max},$$

worin

$$F_{\max} = i_2 \left(\frac{d\omega}{dt}\right)_{\max}; \quad \alpha_{\max} = \frac{F_{\max}}{\varkappa} = \frac{i_2}{\varkappa}\left(\frac{d\omega}{dt}\right)_{\max}$$

oder

$$A_2 = \frac{i_2^2}{\varkappa}\left(\frac{d\omega}{dt}\right)^2_{\max} \text{ und weil } \left(\frac{d\omega}{dt}\right)_{\max} = \frac{\omega_m}{T_a}$$

$$A_2 = \frac{i_2}{\varkappa}\left(\frac{\omega_m}{T_a}\right)^2 \text{ und } \frac{i_2}{\varkappa} = \frac{A_2}{i_2 \omega^2_m}\, T_a^2,$$

wovon sich ergibt

$$T_e = \pi \sqrt{\frac{A_2}{i_2 \omega^2_m}}\, T_a.$$

Meistens ist die Anlaufzeit T_a der Kraftmaschine angegeben; und mit Rücksicht auf die Reibungswiderstände und auf die Empfindlichkeit des Reglers, darf A_2 unter eine gewisse Grenze nicht gehen. Wenn wir nun eine sehr kurze Schwingungszeit

bekommen wollen, was — wie auch bei Fliehkraftreglern, mit Rücksicht auf gute, stabile Reguliervorgänge unter allen Umständen wünschenswert ist — sind wir gezwungen, da A_2 und T_a als Konstruktionsdaten zu betrachten sind, die in dem Schwungkörper aufgespeicherte Energie $i_2 \omega_m^2$ möglichst groß zu machen.

Als Beispiel wählen wir:
$T_a = 10$ Sek.; $A_2 = 1$ mkg; $n = 1000$ T. p. M.; $D = 0{,}35$ m; $G = 30$ kg und erhalten daraus:

$$i_2 \omega_m^2 = \left(\frac{1000\,\pi}{30}\right)^2 \frac{0{,}35^2 \times 30}{4 \times 9{,}81} = 1030 \text{ mkg} \cdot T_e = 0{,}98 \text{ Sek.},$$

$$\alpha_{\max} = \frac{T_e^2}{\pi} \frac{\omega_m}{T_a} = 58^0\,1/2,$$

wenn dagegen $n = 1500$ T. p. M., wird $T_e = 0{,}65$ Sek.

Aus was wir in den folgenden Kapiteln, betreffend den Maximalwert von $\frac{T_e}{T_s}$ beweisen werden, und aus den gebräuchlichen Werten von T_s und T_a werden wir ableiten, daß um einen stabilen, von den Reglerschwingungen wenig beeinflußten Vorgang zu bekommen, soll T_e eher kleiner als größer als die oben angegebenen Werte sein.

Da jedoch ein sehr schwerer Schwungkörper aus manchen Gründen nicht wünschenswert ist, wäre der angestrebte Wert von T_e nur durch Anwendung sehr hoher Tourenzahlen (600 Touren pro Min. und darüber) erreichbar.

IV. Kombinierter Fliehkraft- und Beharrungsregler.

Was wir am vorigen Kapitelsanfang gesagt haben, weist uns darauf hin, daß wir in der Praxis nicht etwa einen reinen Beharrungsregler, sondern eine Kombination von Beharrungs- und Fliehkraftregler anzuwenden haben.

Die Verwendung zweier getrennter Reguliersysteme mit zwei Steuerventilen könnte für den Fall, daß die zwei Ventile in entgegengesetzten Richtungen wirken würden, eine schädliche Druckflüssigkeitszirkulation im Servomotorzylinder herbeiführen. Weiter ist eine Kombination von zwei Reglern, mit zwei Rückführungen und nur einem Steuerventil, das durch ein Hebelsystem betätigt wird, vollständig gleichwertig mit einem kombinierten Regler, mit einem Ventil und nur einer Rückführung.

Es wird deswegen für sämtliche folgende Erörterungen nur eine Kombination von Beharrungs- und Fliehkraftreglern in Betracht kommen, die durch ein gemeinsames Gestänge R auf dem Steuerorgan des Reguliergetriebes wirkt.

Man kann einen Fliehkraft- und einen Beharrungsregler auf zweierlei Arten vereinigen. Im ersten Falle kann man (Fig. 2) durch das Reguliergestänge R die zwei Muffen miteinander zwangläufig verbinden, so daß jeder Lage des Schwungkörpers eine bestimmte Lage des Fliehkraftkörpers entsprechen muß und die zwei Regler nur gemeinsam schwingen können. In diesem Falle kann man die Federsysteme der zwei Regler durch eine gemeinsame Feder ersetzen, deren Formänderung durch die Resultierende (Summe) der Flieh- und der Beharrungskräfte hervorgerufen wird.

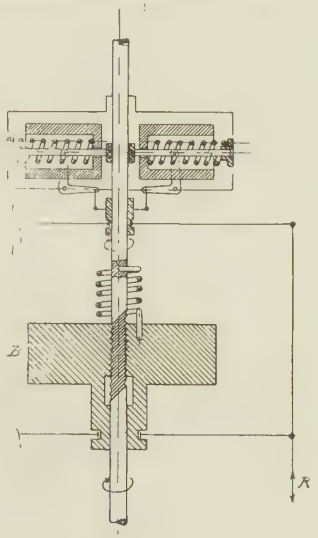

Fig. 2.

Im zweiten Falle (Fig. 3) werden die zwei Muffen durch einen Hebel AD miteinander verbunden, in dessen Mittelpunkt C

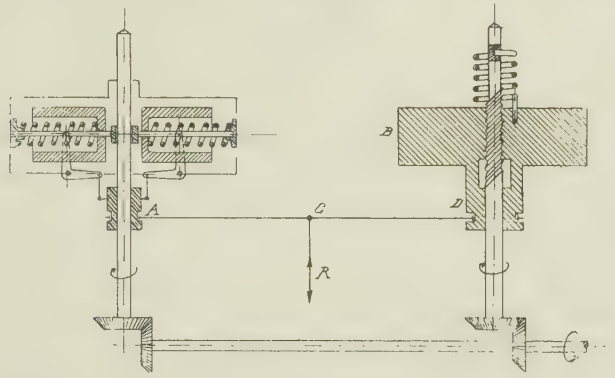

Fig. 3.

das Reguliergestänge angreift; in diesem Falle können die zwei Regler unabhängig voneinander schwingen, obwohl die Verschiebung der Reguliergestänge, wie in vorigem Falle, durch

die Summe der Flieh- und der Beharrungskräfte bedingt wird. Da jedoch in diesem Falle die Schwingungen des Reguliergestänges R aus den einzelnen Schwingungen der beiden Regler zusammengesetzt werden sollen, wird die Untersuchung der Reguliervorgänge unter Berücksichtigung der Eigenschwingungen des Reguliersystems ungemein verwickelt: wir werden uns daher in sämtlichen Untersuchungen über Reguliervorgänge bei kombinierten Fliehkraft- und Beharrungsreglern auf das System von zwangläufig verbundenen Fliehkraft- und Beharrungsreglern, wie in Fig. 2 dargestellt, beschränken.

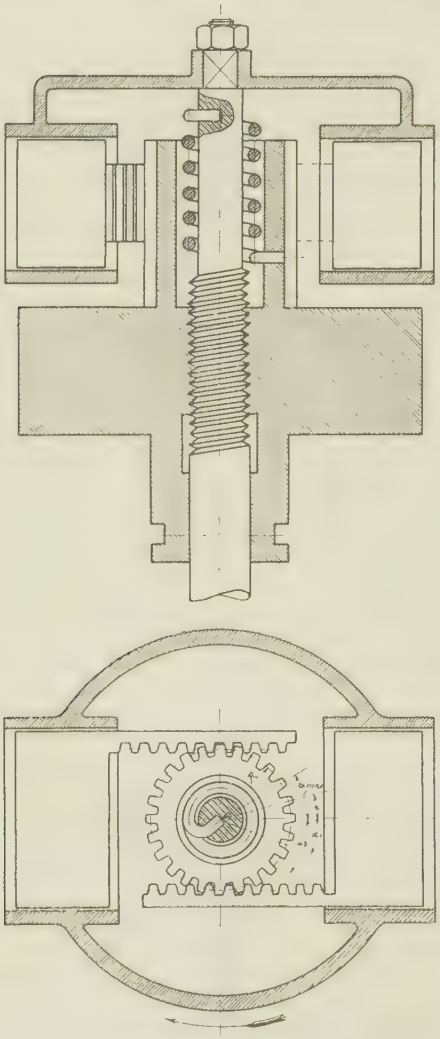

Fig. 4.

Da jedoch in diesem System die Feder beider Regulatoren durch eine einzige Feder ersetzt werden dürfen, können wir auch noch anstatt zweier Muffen, da diese zwangläufig miteinander verbunden sind, eine gemeinsame verwenden; wir gelangen schließlich zu einem einzigen Regler mit nur einer Feder und nur einer Muffe und mit zwangläufig verbundenen Fliehkraft- und Beharrungskörpern. Ein solcher Regler ist in Fig. 4 dargestellt; die geradlinige radiale Bewegung der Fliehkraftkörper wird mittels Zahnstangen und Zahnrad zum Schwungkörper übertragen.

Auch der gewöhnliche Achsenregler (Fig. 5) stellt ein solches System dar; nur findet in diesem Falle statt einer Muffenver-

schiebung eine Exzenterverdrehung statt, was für die indirekte Regulierung nicht leicht anwendbar ist.

Ein anderes Beispiel solcher kombinierten Regler ist im Buch von Tolle (Tolle, Die Regelung von Kraftmaschinen, S. 520 ff.) angeführt.

Die konstruktive Ausbildung solcher Kombination kann selbstverständlich noch mannigfaltiger sein als diejenige der einfachen Fliehkraftregler.

Um das Verhalten des in Fig. 4 dargestellten Reglers näher zu untersuchen, haben wir das wohlbekannte Kräftediagramm

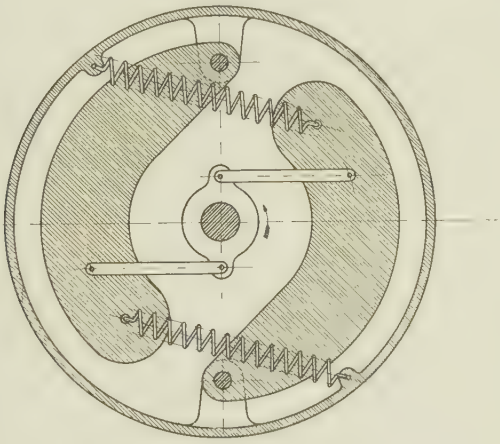

Fig. 5.

(von Tolle) in Fig. 6 konstruiert. Vom Wellenmittelpunkt O aus ist der Abstand des Schwerpunktes der Fliehkraft als Abszisse abgetragen, die betreffenden Ordinaten stellen die auf den Fliehkraftkörper wirkenden Kräfte dar. Jeder Verdrehung des Schwungkörpers α entspricht eine Verschiebung $R\alpha$ des Fliehkraftkörpers, worin R der Radius des Zahnradteilkreises ist. Weiter werden wir die Richtung nach rechts von O aus als positiv annehmen.

Wir nennen ferner ω_m die mittlere Winkelgeschwindigkeit, ω_o die normale Geschwindigkeit des stationären Zustandes bei Leerlauf, ω_2 die normale Geschwindigkeit bei Vollast, ω_1 die normale Geschwindigkeit bei einem Reaktionsmoment M_1,

$\Delta = \frac{\omega - \omega_1}{\omega_m}$ die jeweilige, verhältnismäßige Abweichung von dieser Geschwindigkeit, $\delta = \frac{\omega_0 - \omega_2}{\omega_m}$ den Unregelmäßigkeitsgrad, der dem Unterschied zwischen der normalen Geschwindigkeit bei Leerlauf und Vollast entspricht. Gewöhnlich ist $\omega_0 > \omega_2$, also δ positiv; wir werden jedoch später noch sehen, daß es

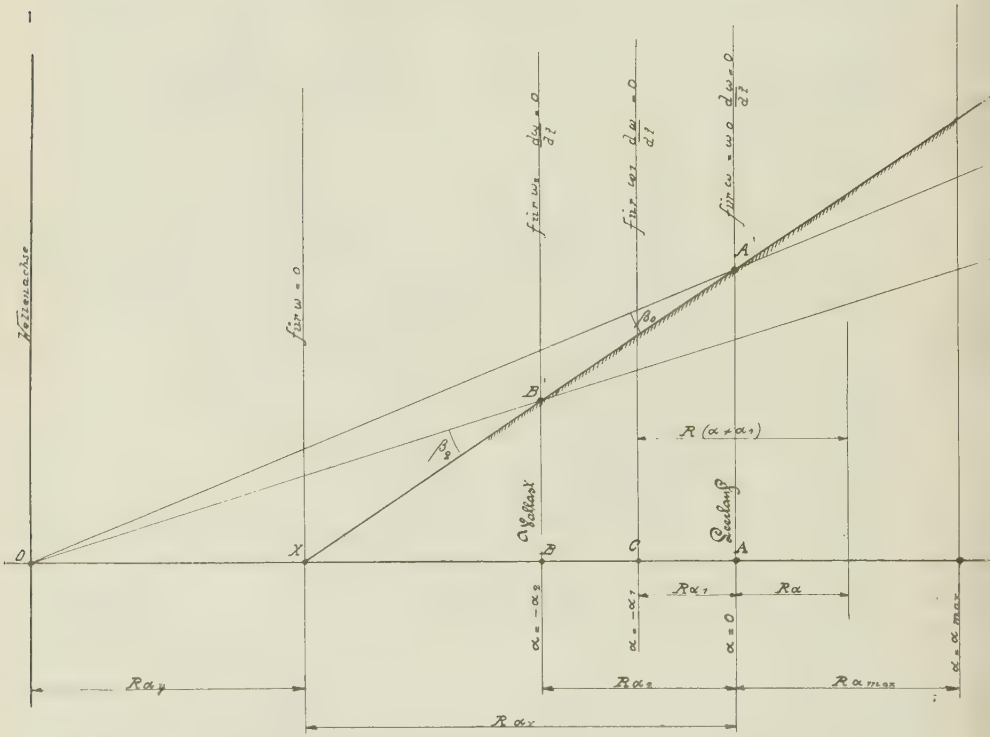

Fig. 6.

nicht ausgeschlossen ist, daß $\omega_0 < \omega_2$ also δ Null oder negativ sei. In unserem Diagramm, Fig. 6, werden wir zur Auftragung des Winkels α ein Parallelkoordinatensystem einführen, dessen Ausgangspunkt auf der x-Achse des alten Systems im Abstande $OA = R\alpha_y + R\alpha_x$ sich befindet, so daß bei $\frac{d\omega}{dt} = 0$ und $\omega = \omega_0$, $\alpha = 0$ sei. Bei Vollast, d. h. bei $\omega = \omega_2$ und $\frac{d\omega}{dt} = 0$ nimmt der Schwerpunkt die Lage B ein, die einem negativen

Ausschlag $= \alpha_2$ entspricht, wenn δ positiv. Schließlich wollen wir auf ganz ähnliche Weise wie beim reinen Beharrungsregler α_{max} denjenigen Ausschlag nennen, der dem ideellen Fall einer maximalen Beschleunigung $\frac{\omega_m}{T_a}$ bei $\omega = \omega_o$ entspricht. Somit wirken eine Beschleunigung und ein Geschwindigkeitszuwachs in demselben Sinn. Die Gerade $XB'A'$ stellt den Verlauf der Federreaktion (C-Kurve nach Tolle) dar, auf den Schwerpunkt des Fliehkraftkörpers bezogen; die Gerade OA' stellt den Verlauf der Fliehkraft bei $\omega = \omega_o$, die Gerade OB' denselben bei $\omega = \omega_2$ dar. Es ist somit $OX = R\alpha_y$; $XA = R\alpha_x$; $BA = R\alpha_2$; $AM = R\alpha_{max}$. Weiter, wenn $\varkappa$ die Federkonstante des Reglers, i_2 das Trägheitsmoment des Schwungradkörpers, m die Masse eines Fliehkraftkörpers sind und jede Schwingung des Reglers gedämpft wird, muß die Federreaktion $\varkappa(\alpha + \alpha_x)$ gleich der Beharrungswirkung $i_2 \frac{d\omega}{dt}$ plus die Wirkung der Fliehkraft $2mR(\alpha + \alpha_x + \alpha_y)$, also

$$\varkappa(\alpha + \alpha_x) = i_2 \frac{d\omega}{dt} + 2mR(\alpha + \alpha_x + \alpha_y) R\omega^2$$

oder

$$(\varkappa - 2mR^2\omega^2)(\alpha + \alpha_x) = i_2 \frac{d\omega}{dt} + 2mR^2\alpha_y\omega^2 \text{ sein.}$$

Da in der letzten Gleichung der veränderliche Ausdruck $(\varkappa - 2m\omega^2)$ eine ähnliche Rolle wie der Koeffizient $\varkappa$ bei dem reinen Beharrungsregler spielt (vgl. S. 4 und 5), so können wir schließen, daß bei höherer normaler Geschwindigkeit der Regler einen größeren Ausschlag bei einer gegebenen Beschleunigung erfährt als bei einer niederen normalen Geschwindigkeit. Das entspricht dem wohlbekannten Umstand, daß ein gewöhnlicher Fliehkraftregler (Hartung) bei höherer Tourenzahl eine kleinere Stabilität und eine längere Schwingungsdauer aufweist als bei niederer, und ist auch damit zu erklären, daß der Winkel $OB'X = \beta_2$ größer als der Winkel $OA'X = \beta_o$ ist. Da jedoch der Unterschied zwischen β_2 und β_o bei den ausgeführten Reglern nicht sehr groß ist, werden wir denselben vernachlässigen und anstatt $(\varkappa - 2mR^2\omega^2)$ einen mittleren konstanten Wert $(\varkappa - 2mR^2\omega_m^2)$ einführen, was die Lösung unserer Aufgaben bedeutend erleichtert. Zu demselben Zweck werden wir, für nicht zu große

Tourenschwankungen, anstatt des quadratischen Termins ω^2 in den Ausdruck $2\,m\,R^2\alpha_y\omega^2$ einen linearen Ausdruck

$$\omega^2 = \omega_o^2 + (\omega - \omega_o)(\omega + \omega_o) \approx \omega_o^2 + 2(\omega - \omega_o)\frac{\omega_2 - \omega_o}{2}$$

$$\approx \omega_o^2 + 2(\omega - \omega_o)\,\omega_m.$$

einführen.

Diese beiden Annahmen sind bei gut konstruierten Reglern mit mäßigen Ausschlägen und Unregelmäßigkeitsgraden wohl zulässig, und bei allen uns bekannten wichtigsten Abhandlungen über Vorgänge der indirekt wirkenden Regelung wurde diese Annäherung gebraucht (vgl. auch Tolle, S. 331).

Durch diese Vereinfachung kann man α als lineare Funktion von ω und von $\frac{d\omega}{dt}$ in der Form ausdrücken:

$$\alpha = A_1'\frac{d\omega}{dt} + B_1'\omega + C_1'.$$

Die drei Konstanten A_1', B_1', C_1' sind durch drei Bedingungen festzustellen. In unserem Falle sind diese Bedingungen:

1. daß bei $\frac{d\omega}{dt} = 0$ $\omega = \omega_o$ $\alpha = 0$,
2. » » $\frac{d\omega}{dt} = 0$ $\omega = \omega_2$ $\alpha = -\alpha_2$,
3. » » $\left(\frac{d\omega}{dt}\right)_{\max} = \frac{\omega_m}{T_a}$ $\omega = \omega_o$ $\alpha = \alpha_{\max}$ sei.

Diese Bedingungen werden durch die Gleichung

$$\alpha = \alpha_{\max}\frac{T_a}{\omega_m}\frac{d\omega}{dt} - \alpha_2\frac{\omega_o - \omega}{\omega_o - \omega_2}$$

erfüllt, die wir als **„Reglergleichung“** bezeichnen werden.

Wir werden $-\alpha_1 = -\alpha_2\frac{\omega_0 - \omega_1}{\omega_0 - \omega_2}$ denjenigen Ausschlag nennen, der bei $\frac{d\omega}{dt} = 0$ der normalen Winkelgeschwindigkeit ω_1 des stationären Zustandes bei dem Reaktionsmoment M_1 entspricht. Wenn dagegen der Reguliervorgang noch nicht abgeschlossen ist, hat der Schwungkörper eine beliebige Lage α, die von der normalen Lage $-\alpha_1$ um den Winkelbetrag $\alpha + \alpha_1$ abweicht. Für die folgende Gleichung ist es sehr zweckmäßig, das Verhältnis dieser Abweichung zu der Abweichung α_2 unter die normalen Lagen bei Leerlauf und Vollast einzuführen. Wir

werden $A = \frac{\alpha + \alpha_1}{\alpha_2}$ »verhältnismäßige Winkelabweichung des Schwungkörpers« nennen.

Schließlich werden wir neben dem bekannten Unregelmäßigkeitsgrad $\delta = \frac{\omega_0 - \omega_2}{\omega_m}$, der dem Ausschlag α_2 entspricht, noch einen charakteristischen, dem Ausschlag $\alpha_{\max}$ entsprechenden Unregelmäßigkeitsgrad $\delta_2 = \delta \frac{\alpha_{\max}}{\alpha_2}$ einführen. Es ist also δ_2 diejenige verhältnismäßige Tourenerhöhung, die einzeln und alleinwirkend denselben Ausschlag der Muffe — also auch des Schwungkörpers — bewirkt wie die maximale Beschleunigung $\frac{\omega_m}{T_a}$, wenn sie auch einzeln und allein wirkt.

Während δ nicht nur durch den Regler selbst, sondern auch, wie wir im folgenden Kapitel sehen werden, durch die Anordnung der Rückführung bestimmt wird, hat δ_2 für einen gegebenen Regler einen bestimmten Wert. Es ist somit δ_2 diejenige Größe, die die Eigenschaften eines kombinierten Reglers besonders charakterisiert: je größer δ_2, desto stärker die Beharrungswirkung des Reglers im Vergleich zur Fliehkraftwirkung ist.

Man kann daher die Reglergleichung, unter Verwendung der bekannten Symbole, auf die Form

$$\frac{\alpha}{\alpha_{\max}} = \frac{T_a}{T_s}\frac{dA}{d\tau} - \frac{\delta}{\delta_2}\frac{\frac{\omega_0 - \omega_1}{\omega_m} - \frac{\omega - \omega_1}{\omega_m}}{\frac{\omega_0 - \omega_2}{\omega_m}}$$

oder

$$\frac{\alpha}{\alpha_{\max}} = \frac{T_a}{T_s}\frac{dA}{d\tau} - \frac{\delta}{\delta_2}\frac{\frac{\omega_0 - \omega_1}{\omega_m} - A}{\delta}$$

bringen.

Für $A = 0$, $\frac{dA}{d\tau} = 0$ (d. h. $\omega = \omega_1$, $\frac{d\omega}{dt} = 0$) — d. h. bei abgeschlossenem Reguliervorgang und bei der normalen Winkelgeschwindigkeit ω_1 des stationären Zustandes — erhält man

$$-\frac{\alpha_1}{\alpha_{\max}} = -\frac{\delta}{\delta_2}\frac{\omega_0 - \omega_1}{\omega_m}\frac{1}{\delta}$$

und durch Subtraktion dieser Gleichung aus der vorigen

$$\frac{\alpha + \alpha_1}{\alpha_{\max}} = \frac{T_a}{T_s}\frac{d\Delta}{d\tau} + \frac{\delta}{\delta_2}\frac{\Delta}{\delta} \text{ und da } \frac{\alpha + \alpha_1}{\alpha_{\max}} = A\frac{\delta}{\delta_2}$$

und daraus

$$A = \frac{\delta_2}{\delta}\frac{T_a}{T_s}\frac{d\Delta}{d\tau} + \frac{\Delta}{\delta},$$

welche Form der »Reglergleichung« in den folgenden Kapiteln benutzt wird.

V. Schema des Servomotors.

Das Schema des ganzen Reguliersystems (Fig. 7) weicht von dem wohlbekannten Schema der indirekten Regulierung bei den gewöhnlichen Fliehkraftreglern gar nicht ab.

Der Zusammenhang zwischen den verschiedenen Organen wird durch einen Hebel ABC bedingt. Die Verschiebung des Punktes A ist dem Ausschlag der Muffe, also auch des Regulatorkörpers, direkt proportional, und zwar nimmt A die Lage A_0 für $\alpha = 0$, die Lage A_2 für $\alpha = -\alpha_2$. Die Verschiebung des Punktes C ist der Verschiebung des Servomotorkolbens proportional, und nehmen wir weiter an, daß diese letzte dem Kraftmoment des Motors proportional sei. Es ist also die Verschiebung von C (Rückführung) dem Kraftmoment des Motors proportional, und zwar nimmt der Punkt C die Lage C_0 für $M = 0$ (Leerlauf), und die Lage C_2 für $M = M_{\max}$ (Vollast). Durch die Verschiebung des Punktes B wird das Ventil V gesteuert, das die Druckflüssigkeitszufuhr ober- und unterhalb des Servomotors S regelt. Wir werden annehmen, daß die Durchflußmenge der Druckflüssigkeit, also auch die Geschwindigkeit des Servomotorkolbens, der Verschiebung des Steuerventiles V von seiner Mittellage aus proportional sei (Annahme veränderlicher Reguliergeschwindigkeit), und zwar in dem Sinne, daß, wenn das Ventil nach oben (positive Richtung) verschoben wird, der Kolben nach unten wandert und das Kraftmoment M vergrößert wird. Es ist also die Verschiebung des Punktes B der zeitlichen Abnahme $-\frac{dM}{dt}$ des Kraftmomentes proportional.

Durch den Hebel ABC besteht ein Linearzusammenhang zwischen der Verschiebung der Punkte A, B, C, d. h. zwischen $\alpha, -\frac{dM}{dt}$ und M.

Um ein Maß der Servomotorgeschwindigkeit zu gewinnen, setzen wir $\frac{dM}{dt} = \frac{M_{max}}{T}$, d. h. wir messen die Servomotorgeschwindigkeit von der Zeit ab, die bei dieser Geschwindigkeit notwendig wäre, um das volle Kraftmoment M_{max} auf Null herabzusetzen; T wird daher die betreffende Schlußzeit bezeichnen.

Als Grundwert T_s der Schlußzeit nehmen wir diejenige Schlußzeit an, die der Lage von B bei $M = 0$ und $\alpha = \alpha_{max}$

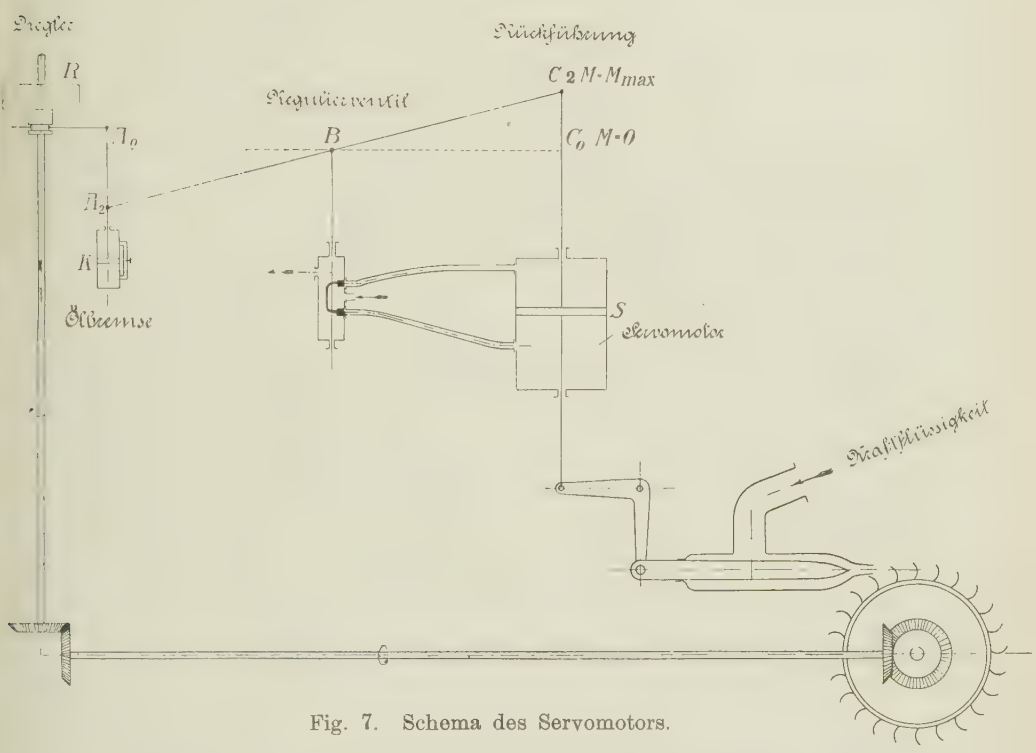

Fig. 7. Schema des Servomotors.

entspricht. Die minimale Schlußzeit, die überhaupt in dem ganzen Reguliervorgang — bei totaler Entlastung, $E = 1$ — in Betracht kommt, wird mit T_s bezeichnet, immer unter der Voraussetzung, daß $\frac{dM}{dt}$ dem Ausschlag von B unter allen Umständen proportional sei, was der konstruktiven Bedingung entspricht, daß die Ventilsitze so lang bemessen sind, daß in jedem Falle ein Überschlagen des Ventils ausgeschlossen bleibt.

Zum Beispiel findet für unendlich kleine Schwingungszeiten bei dem einfachen Beharrungsregler die maximale Ventilöffnung im Anfang statt, wenn die Beschleunigung wegen der Entlastung am größten ist; beim einfachen Fliehkraftregler findet die maximale Ventilöffnung statt, wann die Tourenschwankung am größten ist, und bei kombiniertem Fliehkraft- und Beharrungsregler kann es vorkommen, daß die maximale Ventilöffnung in einem Augenblick stattfindet, der zwischen den obengenannten Zeitpunkten liegt. Obwohl in manchen Fällen $T_s = T'_s$ und in den übrigen Fällen T'_s nur weniger kleiner als T_s ist, wäre es ausdrücklich zu betonen, daß T'_s — als Maß der maximalen Schlußzeitgeschwindigkeit betrachtet — weder mit T_s noch mit anderen Schlußzeiten zu verwechseln ist, weil sämtliche Ventile, Ventilsitze, Öldruckleitungen Servomotorabmessungen etc. nach dieser Minimalschlußzeit zu bemessen sind.

Wenn andere Zeiten als T'_s solchen Berechnungen zugrunde liegen, kann man leicht zu ganz falschen Resultaten gelangen, indem man in einem zu günstigen Sinne mit einer verhältnismäßig großen Minimalschlußzeit zu arbeiten glaubt, während in der Tat entweder die maximale Servomotorgeschwindigkeit viel zu groß ist, oder das Ventil seinen Sitz bedeutend überschlägt.

Die Zeit T_s wird für die kombinierte Regulierung in dem Ausdruck $\tau = \frac{t}{T_s}$ benutzt.

Wie gesagt, infolge des Hebels ABC besteht zwischen α, $\frac{dM}{dt}$ und M ein linearer Zusammenhang von der Form:

$$N\alpha + P\frac{dM}{dt} + QM + S = 0.$$

Die Konstanten N, P, Q, S müssen durch drei Bedingungen bestimmt werden. Es ist nämlich für

$$\frac{dM}{dt} = 0 \qquad \alpha = 0 \qquad M = 0$$

für $$\frac{dM}{dt} = 0 \qquad \alpha = -\alpha_2 \qquad M = M_{\max}$$

und für $$-\frac{dM}{dt} = -\frac{M_{\max}}{T_s} \qquad \alpha = \alpha_{\max} \qquad M = 0.$$

Diese Bedingungen werden durch folgende Gleichung erfüllt:

$$\frac{\alpha}{\alpha_{max}} + \frac{dM}{dt}\,\frac{T_s}{M_{max}} + \frac{M}{M_{max}}\,\frac{\alpha_2}{\alpha_{max}} = 0.$$

Bei stationärem Zustand, d. h. bei $\frac{dM}{dt} = 0$, muß einem Kraftmoment M_1 ein Ausschlag $-\alpha_1$ entsprechen, also:

$$-\frac{\alpha_1}{\alpha_{max}} + \frac{M_1}{M_{max}}\,\frac{\alpha_2}{\alpha_{max}} = 0.$$

Wenn wir diese Gleichung von der vorigen abziehen, so erhalten wir

$$\frac{\alpha + \alpha_1}{\alpha_{max}} + \frac{dM}{dt}\,\frac{T_s}{M_{max}} + \frac{M - M_1}{M_{max}}\,\frac{\alpha_2}{\alpha_{max}} = 0$$

oder, unter Verwendung der bekannten Symbole:

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_{max}}\,A + \frac{dM}{dt}\,\frac{T_s}{M_{max}} + \frac{M - M_1}{M_{max}}\,\frac{\alpha_2}{\alpha_{max}} = 0$$

oder

$$A + \frac{\delta_2}{\delta}\,\frac{d\mu}{d\tau} + \mu = 0.$$

Wir werden diese Gleichung **„Rückführungsgleichung"** nennen und dieselbe unter dieser Form in den folgenden Kapiteln verwenden.

Schließlich bemerken wir, daß in Fig. 7 beim Regler eine Flüssigkeitsbremse K angebracht ist, um die Schwingungen desselben zu dämpfen. Wir machen nun die Annahme, daß die Reaktion dieser Bremse der Muffengeschwindigkeit, also auch $\frac{d\alpha}{dt}$ proportional sei, und drücken das dadurch entstehende Moment, das auf den Beharrungskörper wirkt, in der Form $\varkappa_1 \frac{d\alpha}{dt}$ aus. Wir wollen jedoch eine Zeitkonstante[1]) $T_\varkappa = \frac{i_1}{\varkappa_1}$ einführen, worin i_1 das Trägheitsmoment des Beharrungskörpers, durch alle zusätzlichen reduzierten Massen der Fliehkraftkörper, Reguliergetriebe usw. ergänzt, bedeutet. $T_\varkappa$ kann als diejenige Zeit angesehen werden, die notwendig ist, damit die ganze Schwungmasse i_1 des Reglers unter den einzigen Einfluß einer Flüssigkeitsbremse ihre Geschwindigkeit im Verhältnis $1 : 0{,}3678 = \frac{1}{e}$ reduziert.

[1]) Vgl. Tolle S. 612.

Das auf dem Beharrungskörper von der Flüssigkeitsbremse aus herrührendes Reaktionsmoment kann somit unter die Form

$$\varkappa_1 \frac{d\alpha}{dt} = \frac{i_1}{T_\varkappa} \frac{d\alpha}{dt}$$

gebracht werden.

VI. Schwingungsdauer des kombinierten Fliehkraft- und Beharrungsreglers.

Wenn der kombinierte Regler als Beharrungsregler betrachtet wird, so weicht der Ausdruck seiner Schwingungszeit von dem von uns früher festgestellten Ausdruck nicht ab. Nur müssen wir in der Formel

$$T_e = \pi \sqrt{\frac{i}{\varkappa}}$$

das Trägheitsmoment i_2 des Schwungkörpers auf den Wert i_1 erhöhen, durch Zurechnung der reduzierten Massen der Fliehkraftkörper, der Reguliergetriebe usw., und anstatt des Federkoeffizienten $\varkappa$ einen Koeffizienten (vgl. S. 11) $\varkappa' = \varkappa - 2\,m\,R^2\,\omega^2{}_m$ einführen.

Wir bekommen auf ganz analoge Weise, wie bei dem reinen Beharrungsregler, den Ausdruck:

$$T_e = \pi \sqrt{\frac{A_2}{i_2\,\omega_m{}^2}} \sqrt{\frac{i_1}{i_2}}\; T_a.$$

Wenn wir dagegen diesen Regler als Fliehkraftregler betrachten, so ist (vgl. Tolle S. 612) seine einfache Schwingungszeit

$$T_e = \pi \sqrt{\frac{S_r}{2\,g\,\delta_1}}$$

wo der reduzierte Muffenhub $S_r = \dfrac{M_r\,g\,l_1}{F_c}$, wobei

M_r die reduzierte Masse, auf den Fliehkraftkörper bezogen,
F_c die Zentrifugalkraft, und
l_1 der Weg des Fliehkraftkörpers,
δ_1 der Unregelmäßigkeitsgrad, der dem Weg l_1 entspricht,

sind. Daher darf man auch schreiben

$$T_e = \pi \sqrt{\frac{M_r\,l_1}{2\,\delta_1\,F_c}}$$

und wenn wir l_1 derart wählen, daß es dem Ausschlag α_{max} entspricht, so ist

$$\delta_1 = \delta_2, \; M_r l^2 = i_1 \alpha^2_{max}$$

und $F_c l_1$ wird das entsprechende Arbeitsvermögen A_1 des Reglers, als Fliehkraftregler betrachtet, sein. Durch solche Voraussetzungen wird $T_c = \pi \sqrt{\frac{i_1 \alpha^2_{max}}{2 \delta_2 A_1}}$ und wenn wir beachten, daß in den vorigen Kapiteln $\alpha_{max} = \frac{A_2}{i_2} \frac{T_a}{\omega_m}$ abgeleitet worden ist, so ist

$$T_e = \pi \sqrt{\frac{A_2}{2 \delta_2 A_1}} \sqrt{\frac{A_2}{i_2 \omega_m^2}} \sqrt{\frac{i_1}{i_2}} \; T_a$$

und weil dieser Wert mit dem Wert

$$T_e = \sqrt{\frac{A_2}{i_2 \omega_m^2}} \sqrt{\frac{i_1}{i_2}} \; T_a$$

identisch sein muß, so folgt:

$$A_2 = 2 \delta_2 A_1.$$

Es sind daher bei einem kombinierten Regler A_1 und A_2 voneinander abhängig. In praktischen Fällen ist A_2 nur ein Bruchteil von A_1, was durchaus berechtigt ist, weil die Empfindlichkeit des Fliehkraftreglers viel größer als diejenige des Beharrungsreglers ist, welcher seine Wirkung bei plötzlichen Entlastungen und raschen Tourenschwankungen am besten zeigen soll.

Wenn der Fliehkraftregler z. B. bei einer Tourenerhöhung von 1 % schon in Wirksamkeit treten soll, d. h. einen Unempfindlichkeitsgrad von 1 % besitzen, und der Beharrungsregler bei einer plötzlichen Entlastung von 5 % in Wirksamkeit treten soll, d. h. einen Unempfindlichkeitsgrad von $^1/_{20}$ besitzen, dann ist $A_2 = {}^1/_5 A_1$, was einem Werte von $\delta_2 = 10\,\%$ entspricht.

B. Der Regler in Zusammenhang mit der Kraftmaschine.

I. Indirekt wirkender, reiner Beharrungsregler.

Wie bereits erwähnt, hat dieser Fall nur einen ideellen Wert, da ein reiner Beharrungsregler praktisch nie verwendet wird; es bietet jedoch Interesse, auch diese Fälle zu verfolgen, nur um die besonderen Eigenschaften der Beharrungsregelung besser hervorzuheben.

Vor allem wollen wir nachweisen, daß wenn die Beharrungsmasse gefedert ist, d. h. wenn dieselbe in dem stationären Zustande, für $\frac{d\omega}{dt} = 0$, eine bestimmte Stellung annimmt, eine Rückführung nicht allein nutzlos, sondern direkt schädlich wirkt. Denken wir uns z. B., daß bei abgeschlossenem Reguliervorgang das Regulierventil in seine Mittellage wieder gelangt sei, und daß dabei die Rückführung eine andere Lage angenommen habe als vor dem Reguliervorgang, weil der Kraftverbrauch und damit auch die Servomotorlage sich verändert hat. Dann sollte auch die Reglermuffe eine andere Lage annehmen als vor dem Reguliervorgang; das würde aber, wie bereits gesagt, einem $\frac{d\omega}{dt}$ größer oder kleiner als Null, bzw. einer stetigen Beschleunigung oder Verzögerung der Kraftmaschine entsprechen. Wir werden deswegen in den zwei folgenden Kapiteln den auf das Steuerventil direkt wirkenden Regler betrachten.

a) Regler mit unendlich kleiner Schwingungsdauer.

Bei einem Regler mit sehr kleinen Reibungswiderständen braucht A_2 nur ganz gering zu sein und dabei wird auch T_e sehr klein. Da die Rückwirkung der Flüssigkeitsbremse der Schwingungszeit proportional ist, werden dabei die Schwingungen in ihren Amplituden sehr rasch begrenzt und gedämpft.

Man kann sich den ideellen Fall denken, daß A_2 und T_e unendlich klein sind; ein solcher Regler würde sofort die Lage einnehmen, welche der Gleichung

$$\varkappa \alpha = i_2 \frac{d\omega}{dt} \text{ entspricht.}$$

Da der Punkt C in Fig. 7 festbleibt und der Regler unmittelbar auf das Steuerventil wirkt, so muß die Servomotorgeschwindigkeit $-\frac{dM}{dt}$ dem Schwungkörperausschlag proportional sein, d. h.

$$\alpha = \frac{i_2}{\varkappa} \frac{d\omega}{dt}.$$

Anderseits muß die maximale Beschleunigung $\frac{\omega_m}{T_a}$ der maximalen Schlußgeschwindigkeit entsprechen, und zwar $-\frac{M_{\max}}{T_s}$.

Wir haben daher die Gleichung:

$$-\frac{T_s}{M_{\max}} \frac{dM}{dt} = \frac{T_a}{\omega_m} \frac{d\omega}{dt}$$

oder, unter Verwendung der bereits bekannten Bezeichnungen:

$$-\frac{T_s}{T_a} \frac{d\mu}{d\tau} = \frac{dA}{d\tau}$$

und durch Vergleich mit der »Motorgleichung« $\mu = \frac{T_a}{T_s} \frac{dA}{dt}$

$$-\frac{d\mu}{d\tau} = \mu.$$

Durch Integration

$$\mu = C_1 e^{-\tau},$$

und da für $\tau = 0$, $\mu = E$, so ist $C_1 = E$ und durch nochmaliger Anwendung der Motorgleichung ist

$$\frac{dA}{d\tau} = E \frac{T_s}{T_a} e^{-\tau}$$

und durch Integration

$$A = C_2 - E \frac{T_s}{T_a} e^{-\tau};$$

für $\tau = 0$ ist $A = 0$ und gelangt man zur endgültigen Form

$$A = E \frac{T_s}{T_a} (1 - e^{-\tau})$$

für τ unendlich wird $A_\infty = E \frac{T_s}{T_a}$.

Der Verlauf dieser Kurve ist auf der Fig. 8 Kurve a und Fig. 16 Kurve a gezeigt und mit passender Wahl des J-Maßstabs kann dieses Diagramm für jeden Wert von E und von $\frac{T_s}{T_a}$ sich eignen. Hierbei sei noch bemerkt, daß wir bei allen Fällen, wo E als Proportionalitätsfaktor in dem Ausdruck von J vorkommt, unsere Gleichungen und Diagramme nur für den Fall von $E = 1$ in Betracht gezogen haben, da dieselben Diagramme auch für den Fall von $E < 1$ benutzt werden können, indem man die Ordinaten in einem anderen Maßstab liest.

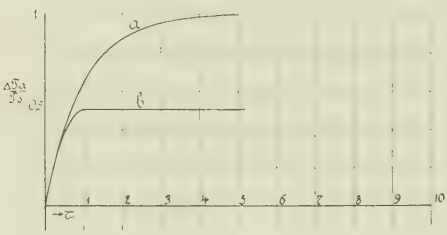

Fig. 8.

Im vorliegenden Falle nehmen das überschüssige Moment μ sowie die Ventilöffnung von Anfang an sehr rasch ab. Der ganze Verlauf kann als sehr günstig bezeichnet werden und zeigt uns, daß die Anwendung des Beharrungsreglers, von den Eigenschwingungen des Reglers selbst abgesehen, einen sehr rasch und einfach verlaufenden Reguliervorgang bewirkt, und die großen Schwingungen der gewöhnlichen Fliehkraftregulierung vollständig vermeidet.

b) Reiner Beharrungsregler mit endlicher Schwingungszeit.

Wir beziehen uns auf den in Fig. 1 angegebenen Regler und setzen voraus, daß derselbe an einer Reguliervorrichtung wie in Fig. 7, bei welcher jedoch der Punkt C fest bleibt, angebracht sei. Während des Reguliervorganges wird die Winkelgeschwindigkeit ω' des Beharrungskörpers mit der Winkelgeschwindigkeit ω der Reglerwelle nicht übereinstimmen, sondern sich um einen Betrag unterscheiden, der gleich ist der zeitlichen Zunahme $\frac{d\alpha}{dt}$ der Winkelverdrehung α des Beharrungskörpers gegenüber der Reglerwelle. Es ist also $\omega - \omega' = \frac{d\alpha}{dt}$, da eine Beschleunigung der Reglerwelle eine positive Winkelverschiebung erzeugen muß.

Die Gleichgewichtsbedingung des Beharrungskörpers drückt aus, daß das durch die Trägheit des Beharrungskörpers erzeugte Drehmoment $i_2 \frac{d\omega'}{dt}$ gleich sein muß der Summe der Drehmomente, die von der Federreaktion $k\alpha$ von der Wirkung der Ölbremse $\varkappa_1 \frac{d\alpha}{dt}$ und von der Trägheitswirkung der Reguliergetriebe usw. $(i_1 - i_2) \frac{d^2\alpha}{dt^2}$ [1]) herrühren.

Es ist also $i_2 \frac{d\omega'}{dt} = (i_1 - i_2) \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \varkappa_1 \frac{d\alpha}{dt} + \varkappa\alpha$ oder

$$i_2 \left(\frac{d\omega}{dt} - \frac{d^2\alpha}{dt^2} \right) = (i_1 - i_2) \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \varkappa_1 \frac{d\alpha}{dt} + \varkappa\alpha$$

und daraus

$$i_2 \frac{d\omega}{dt} = i_1 \frac{d^2\alpha}{dt_2} + \varkappa_1 \frac{d\alpha}{dt} + \varkappa\alpha$$

oder durch Anwendung der wohlbekannten Bezeichnungen

$$\frac{i_2}{i_1} \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{1}{T_k} \frac{d\alpha}{dt} + \frac{\pi^2}{T_e^2} \alpha.$$

Durch Multiplikation dieser Gleichung mit T_s^2, hat man unter Berücksichtigung von $\tau = \frac{t}{T_s}$

$$\frac{i_2}{i_1} \frac{\omega_m}{T_a} T_s T_a \frac{d\Delta}{d\tau} = \frac{d^2\alpha}{d\tau^2} + \frac{T_s}{T_k} \frac{d\alpha}{d\tau} + \pi^2 \frac{T_s^2}{T_e} \alpha.$$

Wie wir im vorigen Kapitel bewiesen haben muß die Servomotorgeschwindigkeit $\frac{dM}{dt}$ dem Ausschlag α des Schwungkörpers proportional sein; und für den maximalen Ausschlag α_{max} muß $\frac{dM}{dt}$ seinen Maximalwert $-\frac{M_{max}}{T_s}$ annehmen.

Wie schon auf Seite 4 gesagt wurde, entspricht α_{max} derjenigen Lage, die der Schwungkörper unter dem einzigen Einfluß der maximalen Beschleunigung $\frac{\omega_m}{T_a}$ annehmen würde, wenn jede Schwingung gedämpft, also $\frac{d\alpha}{d\tau} = 0$, $\frac{d^2\alpha}{d^2\tau} = 0$ wäre.

---

[1]) Die im Trägheitsmoment ausgedrückte und auf Reglerwelle reduzierte Masse der Reguliergetriebe usw. ist gleich der Differenz zwischen dem gesamten Trägheitsmoment i_1 und dem Trägheitsmoment i_2 des Beharrungskörpers.

Für die speziellen Werte nimmt die Reglergleichung die Form an:

$$\frac{i_2}{i_1}\frac{\omega_m}{T_a} = \frac{\pi^2}{T_e^2}\alpha_{\max}.$$

Da $\frac{dM}{dt}$ proportional α ist, haben wir

$$\alpha = -\alpha_{\max}\frac{dM}{dt}\frac{T'_s}{M_{\max}}$$

oder mit Berücksichtigung der üblichen Symbole

$$\alpha = -\alpha_{\max}\frac{d\mu}{d\tau},$$

Mit Rücksicht auf dieser und auf der »Motorgleichung«

$$\mu = \frac{T_a}{T_s}\frac{dJ}{d\tau}$$

wird die »Bewegungsgleichung des Reglers«

$$\frac{d^3\mu}{d\tau^3} + \frac{T_s}{T_x}\frac{d^2\mu}{d\tau^2} + \pi^2\frac{T_s^2}{T_e^2}\frac{d\mu}{d\tau} + \pi^2\frac{T_s^2}{T_e^2}\mu = 0.$$

Für $T_e = 0$ findet man wieder dieselbe Gleichung wie im vorigen Kapitel.

Die Integration dieser bekannten Gleichung ergibt entweder

$$\mu = C_1 e^{x_1\tau} + C_2 e^{x_2\tau} + C_3 e^{x_3\tau}$$

oder $\mu = e^{p\tau}(C_1 \sin q\tau + C_2 \cos q\tau) + C_3 e^{x_3\tau}$

worin $x_1\, x_2\, x_3$, bzw. $p + iq, p - iq, x_3$

die Wurzeln der Gleichung dritten Grades

$$x^3 + \frac{T_s}{T_x}x^2 + \pi^2\frac{T_s^2}{T_e^2}x + \pi^2\frac{T_s^2}{T_e^2} = 0$$

sind.

Damit der Reguliervorgang stabil sei, müssen allmählich das Kraftmoment des Motors und das Widerstandsmoment des Kraftabnehmers einander gleich werden, also für $\tau = \infty$ $\mu = 0$ sein. Dafür müssen sämtliche reelle Teile der Wurzeln negativ sein. Da alle Koeffizienten positiv sind, braucht nur die Bedingung

$$\frac{T_s}{T_x}\pi^2\frac{T_s^2}{T_e^2} > \pi^2\frac{T_s^2}{T_e^2}$$

oder $$\frac{T_s}{T_x} > 1;\ T_s > T_x$$

erfüllt zu sein.

Es ist daher stets möglich, durch ein genügend kleines T_x, d. h. durch eine genügend starke Bremsung, einen stabilen Vorgang herbeizuführen.

Bestimmung der Konstanten.

Für $\tau = 0$ muß $\mu_0 = E$, $\alpha = 0$, $\frac{d\alpha}{d\tau} = 0$ sein, und unter Berücksichtigung, daß $\alpha = -\alpha_{\max}\frac{d\mu}{d\tau}$, müssen $\left(\frac{d\mu}{d\tau}\right)_0 \quad 0\left(\frac{d^2\mu}{d\tau^2}\right)_0 - 0$

oder

$$\begin{aligned} E &= C_1 + C_2 + C_3 \\ O &= x_1\ C_1 + x_2\ C_2 + x_3\ C_3 \\ O &= x^2_1\ C_1 + x^2_2\ C_2 + x^2_3\ C_3 \end{aligned}$$

sein, woraus

$$C_1 = \frac{x_2\ x_3}{(x_1 - x_2)\,(x_1 - x_3)} \quad C_2 = \frac{x_1\ x_3}{(x_2 - x_1)\,(x_2 - x_3)} \quad C_3 = \frac{x_1\ x_2}{(x_3 - x_1)\,(x_3 - x_2)}$$

für schwingungsfreie Vorgänge, und

$$\begin{aligned} E &= C_2 + C_3 \\ O &= q\,C_1 + p\ C_2 + x_3\ C_3 \\ O &= 2p\ q\ C_1 + (p^2 - q^2)\ C_2 + x^2_3\ C_3, \end{aligned}$$

woraus

$$C_1 = \frac{x_3}{q}\ \frac{p^2 - q^2 - p\ x_3}{(p - x_3)^2 + q^2}\ E = C_1'E;$$

$$C_2 = -\ \frac{2p - x_3}{(p - x_3)^2 + q^2}\ x_3\ E = C_2'E$$

$$C_3 = \frac{p^2 + q^2}{(p - x_3)^2 + q^2}\ E = C_3'E$$

für schwingungbehaftete Vorgänge.

Mit Berücksichtigung der »Motorgleichung«

$$\frac{d\mathcal{A}}{d\tau} = \mu\ \frac{T_s}{T_a}$$

und der Grenzbedingung $\mathcal{A}_0 = 0$ hat man durch Integration:

$$\mathcal{A} = E\ \frac{T_s}{T_a}\left\{\frac{C_1'}{x_1}(e^{x_1\tau} - 1) + \frac{C_2'}{x_2}(e^{x_2\tau} - 1) + \frac{C_3'}{x_3}(e^{x_3\tau} - 1)\right\}$$

und für $\tau = \infty$.

$$\mathcal{A}_\infty = -\ E\ \frac{T_s}{T_a}\left(\frac{C_1'}{x_1} + \frac{C_2'}{x_2} + \frac{C_3'}{x_3}\right)$$

beziehungsweise

$$\mathcal{A} = E\ \frac{T_s}{T_a}\left[e^{-p\tau}\left\{\frac{C_1'p + C_2'q}{p^2 + q^2}\sin q\tau - \frac{C_1'q - C_2'p}{p^2 + q^2}\cos q\tau\right\}\right.$$
$$\left. + \frac{C_1'q - C_2'p}{p^2 + q^2} + \frac{C_3'}{x_3}(e^{x_3\tau} - 1)\right]$$

und für $\tau = \infty$

$$\mathcal{A}_\infty = E\ \frac{T_s}{T_a}\left(-\frac{C_3'}{x_3} + \frac{C_1'q - C_2'p}{p^2 + q^2}\right).$$

Die Lösung der numerischen Gleichung ist nicht schwer; aber es ist nicht leicht, allgemeine Schlüsse aus diesen Formeln zu ziehen, insbesondere über die Werte Δ_{max} und T_s'.

Aus dem Ausdruck von Δ ist aber zu schließen, daß die Tourenschwankungen direkt proportional dem Entlastungskoeffizienten E und dem Verhältnis $\frac{T_s}{T_a}$ zwischen Schlußzeit und Anlaufzeit sind.

Für jeden Wert von $\frac{T_s}{T_e}$ ist es möglich, eine Reihe von $\Delta \frac{T_a}{T_s}$-Kurven aufzuzeichnen, welche den verschiedenen Werten der Bremsung $\frac{T_s}{T_k}$ entsprechen.

Der Verfasser hat eine solche Kurve für $\frac{T_s}{T_e} = 1$ bestimmt, jedoch ist der Einfluß der Reglerschwingungen so klein, daß dieselbe sich von der in Fig. 8 und 16 gezeichneten Kurve *a* so gut wie gar nicht unterscheidet.

c) Beharrungsregler mit loser Masse.

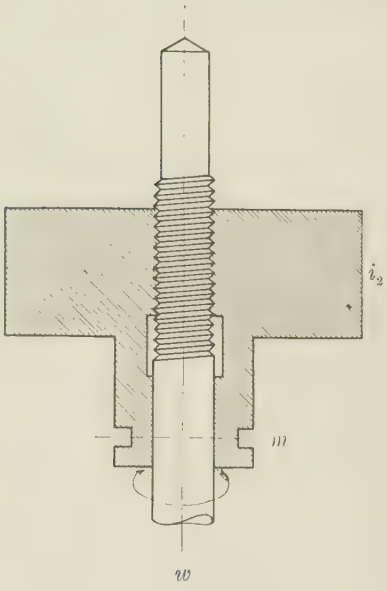

Fig. 9.

Es besteht noch eine weitere theoretische Möglichkeit, eine Beharrungsmasse zu Regulierzwecken zu verwenden; das ist wenn der Beharrungskörper los auf der Reglerwelle angebracht wird. Ein Beispiel davon haben wir in Fig. 9 gebracht: eine solche Vorrichtung unterscheidet sich von der in Fig. 1 geschilderten Vorrichtung nur durch das Fehlen der Feder *f*. Es kommt kaum möglich vor, solche Vorrichtung zu praktischen Zwecken verwenden zu können. Immerhin wollen wir auch diesen Fall hier behandeln, um unsere Abhandlung nach allen Richtungen hin zu ergänzen, und auch

weil wir im voraus nicht ausschließen können, daß auch eine solche Vorrichtung irgendwelche Anwendung finden könnte.

Da bei $\frac{d\omega}{dt} = 0$ der Beharrungskörper in keine bestimmte Lage gezwungen ist, so kann eine Rückführung wohl vorhanden sein. Anderseits entspricht auch dem $\left(\frac{d\omega}{dt}\right)_{\max} = \frac{\omega_m}{T_a}$ keine bestimmte Lage des Schwungkörpers; wir müssen daher unsere

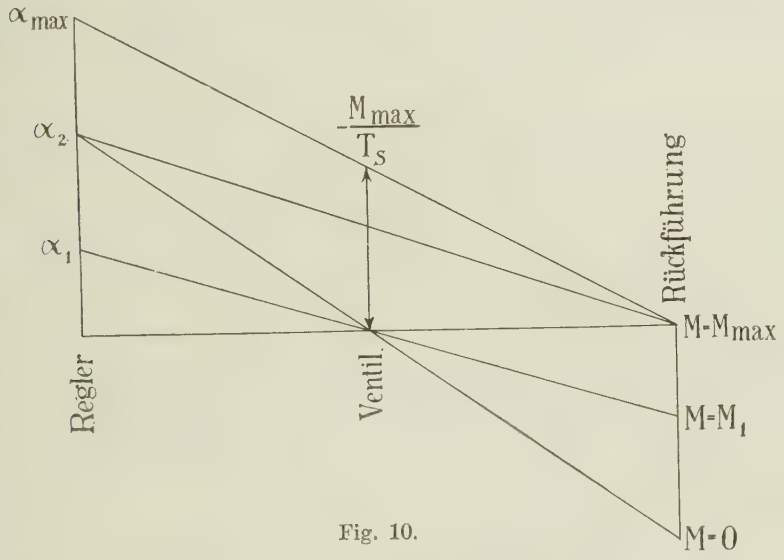

Fig. 10.

konstanten Werte $\alpha_{\max}$ T_s usw. anders wählen wie in den vorigen Kapiteln. Das Schema des Reguliersystems (Fig. 7) wird nach beiliegendem Schema (Fig. 10) etwas verändert.

Mit T_s werden wir in vorliegendem Falle eine beliebig gewählte Schlußzeit bezeichnen. Durch die Hebelverbindung ABC ist ein linearer Zusammenhang zwischen α, $\frac{dM}{dt}$ und M bedingt, zwar in der Form

$$P\alpha + Q\frac{dM}{dt} + RM + S = 0.$$

Die Verhältnisse P/S, Q/S, R/S müssen durch drei Bedingungen festgelegt werden; dieselben sind:

1. daß für $M = M_{\max}$ der maximalen Servomotorgeschwindigkeit $-\frac{M_{max}}{T_s}$ ein Ausschlag $\alpha_{\max}$ entsprechen soll;

2. daß bei der Ruhelage des Ventils für $M = 0$, $\alpha = \alpha_{,,}$, sein soll;
3. daß bei der Ruhelage des Ventils für $M = M_{\max}$ $\alpha = 0$ sein soll.

Diese Bedingungen werden durch die Gleichung

$$\frac{\alpha}{\alpha_{\max}} + \frac{dM}{dt}\,\frac{T_s}{M_{\max}} - \frac{\alpha_{,,}}{\alpha_{\max}}\,\frac{M_{\max} - M}{M_{\max}} = 0$$

erfüllt.

Für den stationären Zustand, d. h. bei $\frac{dM}{dt} = 0$, wird bei dem Kraftmoment M_1 die Reglermuffe eine bestimmte Lage, die dem Ausschlag α_1 des Reglerkörpers entspricht, annehmen, so daß

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_{\max}} = \frac{\alpha_{,,}}{\alpha_{\max}}\,\frac{M_{\max} - M_1}{M_{\max}}$$

ist und durch Abziehen dieser Gleichung aus der vorigen erhält man

$$\frac{\alpha - \alpha_1}{\alpha_{\max}} + \frac{dM}{dt}\,\frac{T_s}{M_{\max}} + \frac{\alpha_{,,}}{\alpha_{\max}}\,\frac{M - M_1}{M_{\max}}.$$

Anstatt des Verhältnisses $\frac{\alpha_{,,}}{\alpha_{\max}}$ wollen wir ein Zeitverhältnis einführen und nennen zu diesem Zwecke T_s'' diejenige Schlußzeit, die der Servomotorgeschwindigkeit $\frac{M_{\max}}{T_s''}$ entspricht, wenn die Ventillage durch $M = M_{\max}$ und $\alpha = \alpha_{,,}$ bedingt wird. Es ist also $\frac{\alpha_{,,}}{\alpha_{\max}} = \frac{T_s}{T_s''}$.

Wir erhalten somit:

$$\frac{\alpha - \alpha_1}{\alpha_{\max}} + \frac{dM}{dt}\,\frac{T_s}{M_{\max}} + \frac{T_s}{T_s''}\,\frac{M - M_1}{M_{\max}} = 0.$$

In diesem Falle stellt $\frac{\alpha - \alpha_1}{\alpha_{\max}}$ die verhältnismäßige Abweichung des Schwungkörpers von seiner normalen Lage bei $M = M_1$ dar; wir haben diese Abweichung (vgl. Kapitel IV, S. 13) als A bezeichnet. Wir können also, unter Verwendung der bekannten Symbole, schreiben:

$$A + \frac{d\mu}{d\tau} + \frac{T_s}{T_s''}\,\mu = 0,$$

welche Gleichung in diesem Falle unsere »Rückführungsgleichung« ist. Hierzu kommt noch die bereits von uns abgeleitete »Motorgleichung«

$$\frac{dA}{d\tau} = \frac{T_s}{T_a}\,\mu$$

und die »Reglergleichung«, die durchaus identisch ist mit derjenigen des vorigen Kapitels mit dem einzigen Unterschied, daß hier $\varkappa = 0$ oder $\frac{i_2}{i_1}\frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{1}{T_\varkappa}\frac{d\alpha}{dt}$ oder umgeschrieben

$$\frac{\omega_m}{T_s}\frac{i_2}{i_1}\frac{dA}{d\tau} = \frac{\alpha_{\max}}{T_s^2}\frac{d^2A}{d\tau^2} + \frac{1}{T_\varkappa}\frac{\alpha_{\max}}{T_s}\frac{dA}{d\tau}.$$

Jetzt nennen wir $T_\alpha = \frac{\alpha_{\max}}{\omega_m}$ diejenige Zeit, die notwendig wäre, den stillstehend gedachten Beharrungskörper bei der Geschwindigkeit ω_m der rotierenden Welle von der Lage 0 in die Lage $\alpha_{\max}$ zu bringen.

Wenn wir in die »Reglergleichung« diejenigen Werte vom $\frac{dA}{d\tau}$, $\frac{d^2A}{d\tau^2}$ und $\frac{dA}{d\tau}$ einführen, die durch die Rückführungs-, bzw. durch die Motorgleichung abzuleiten sind, so bekommen wir

$$\frac{i_2}{i_1}\frac{T_s}{T_a}\frac{T_s}{T_\alpha}\mu + \frac{d^3\mu}{d\tau^3} + \frac{T_s}{T_s''}\frac{d^2\mu}{d\tau^2} + \frac{T_s}{T_\varkappa}\frac{d^2\mu}{d\tau^2} + \frac{T_s}{T_s''}\frac{T_s}{T_\varkappa}\frac{d\mu}{d\tau} = 0$$

oder

$$\frac{d^3\mu}{d\tau^3} + \left(\frac{T_s}{T_s''} + \frac{T_s}{T_\varkappa}\right)\frac{d^2\mu}{d\tau^2} + \frac{T_s}{T_s''}\frac{T_s}{T_\varkappa}\frac{d\mu}{d\tau} + \frac{T_s}{T_a}\frac{T_s}{T_\alpha}\frac{i_2}{i_1}\mu = 0.$$

Die Integration dieser bekannten Gleichung gibt wie im vorigen Kapitel entweder

$$\mu = C_1 e^{x_1\tau} + C_2 e^{x_2\tau} + C_3 e^{x_3\tau}$$

oder

$$\mu = e^{p\tau}(C_1 \sin q\tau + C_2 \cos q\tau) + C_3 e^{x_3\tau},$$

worin x_1, x_2, x_3, bzw. $p + iq$, $p - iq$, x_3 die Wurzeln der Gleichung dritten Grades

$$x^3 + \left(\frac{T_s}{T_s''} + \frac{T_s}{T_\varkappa}\right)x^2 + \frac{T_s}{T_s''}\frac{T_s}{T_\varkappa}x + \frac{T_s}{T_a}\frac{T_s}{T_\alpha}\frac{i_2}{i_1} = 0 \text{ sind.}$$

Damit die Regulierung stabil sei, muß auch hier wie im vorigen Kapitel, für $\tau = \infty$ $\mu = 0$ sein: dazu muß die Bedingung

$$\left(\frac{T_s}{T_s''} + \frac{T_s}{T_\varkappa}\right)\frac{T_s}{T_s''}\frac{T_s}{T_\varkappa} > \frac{T_s}{T_a}\frac{T_s}{T_\alpha}\frac{i_2}{i_1}$$

erfüllt werden.

Wenn jetzt zum Beispiel keine Rückführung vorhanden wäre, so würde $\varepsilon_{,,} = 0$, das heißt $T''_s = \infty$ sein; es würde T_s und damit das erste Glied obiger Ungleichung $= 0$ sein.

Wir können also daraus schließen, daß ohne Rückführung eine stabile Regulierung unmöglich ist.

Weiter kann man von einem labilen zu einem stabilen Vorgang übergehen, indem man $\frac{T_s}{T_k}$ größer macht, was geschieht wenn man die Ölbremse stärker drosselt, oder indem $\frac{T_s}{T_a}$ kleiner gemacht wird, was erreichbar ist durch Verwendung eines schweren Schwungrades; oder wenn man endlich $\frac{T_s}{T_\alpha}$ verkleinert, das heißt, wenn man den Beharrungsregler langsamer wirken läßt. In diesem letzteren Falle kann jedoch die Tourenzahl höher steigen, es werden also die Tourenschwankungen größer. Da eine Rückführung stets vorhanden sein muß, kann man der Einfachheit halber

$$\varepsilon_{\max} = \varepsilon'' \text{ und } T_s = T_s'' \text{ setzen.}$$

Bestimmung der Konstanten.

Die Bestimmung der Konstanten erfolgt ganz genau wie in vorigem Kapitel; es muß nämlich für

$\tau = 0$, $M = M_{\max}$, $\alpha = 0$, $\frac{d\alpha}{d\tau} = 0$, $\mu = E$ sein, wodurch

$$\left(\frac{d\mu}{d\tau}\right)_0 = 0 \qquad \left(\frac{d^2\mu}{d\tau^2}\right)_0 = 0,$$

was eigentlich bedeutet, daß im Anfang die Ventilverschiebung sowohl wie die Ventilgeschwindigkeit den Wert Null annehmen müssen.

Die Gleichungen für μ und für Δ haben durchaus dieselbe Form wie im vorigen Kapitel, und wir brauchen dieselben daher nicht zu wiederholen. Es ist auch hier Δ proportional dem Entlastungsfaktor E; nur im vorigen Falle waren die Wurzeln der zu bestimmenden Gleichung nur von $\frac{T_s}{T_k}$ und $\frac{T_s}{T_r}$ abhängig, und der Schwungmassenkoeffizient $\frac{T_s}{T_a}$ ist nur als Faktor von Δ vorgekommen, hat also nur die Größe der Tourenschwingung bestimmt. Dagegen ist hier der ganze Verlauf der Momentschwingungen und der Tourenschwingungen nicht nur durch den Bremsungskoeffizienten $\frac{T_s}{T_k}$ und den Reglerkoeffizienten $\frac{T_s}{T_\alpha}$, sondern auch durch den Schwungradkoeffizienten $\frac{T_s}{T_a}$ bestimmt.

II. Kombinierter Fliehkraft- und Beharrungsregler.

Der reine Beharrungsregler hat die Eigenschaft, daß bei einer plötzlichen Entlastung die Ventilöffnung im Anfang, wann die größte Beschleunigung stattfindet, sehr groß ist und dann sehr rasch abnimmt — vgl. Fig. 8 —; daraus eine sehr prompte Dämpfung. Dagegen bei dem reinen Fliehkraftregler ist die Ventilöffnung im Anfang Null und nimmt dann allmählich zu bis zur größten Tourenschwankung; deswegen ist die Fliehkraftregulierung fast immer mit Schwingungen behaftet und überhaupt ohne Rückführung labil. Es ist daher von vornherein zu begreifen, wie durch eine Kombination von Fliehkraft- und Beharrungsregler eine anhaltend größere Ventilöffnung zwischen dem Anfang und dem Augenblick der größten Tourenschwankung zu erzielen ist, was einer guten Ausnutzung des Regulierventils und einer raschen Bewegung des Servomotors entspricht, wodurch eine erhebliche Reduktion der Tourenschwankung erreicht wird. Anderseits ist eine Fliehkraftregulierung immer nötig, um die langsameren Tourenschwankungen zu beseitigen und die Kraftmaschine auf eine bestimmte Tourenzahl zurückzuführen.

Zum Schluß wollen wir wieder die Bedeutung von δ_2 ausdrücklich hervorheben. δ_2 ist ein Maß der Beharrungswirkung im Vergleich zu der Fliehkraftwirkung und charakterisiert somit die Haupteigenschaften eines kombinierten Reglers.

a) Kombinierter Regler mit unendlich kleiner Schwingungszeit.

Die Bezeichnungen sind im Anfang dieses Kapitels bereits erklärt worden, und wir brauchen dieselben hier nicht zu wiederholen.

Die lineare »Rückführungsgleichung« bestimmt eine Ventilöffnung bei gegebener Servomotor- und Reglermuffenlage, und ist bereits in Kapitel V in der Form:

$$A + \frac{\delta_2}{\delta}\frac{\delta\mu}{\delta\tau} + \mu = 0$$

abgeleitet worden.

Wir haben schon bei der Untersuchung des reinen Beharrungsreglers gefunden, daß bei unendlich kleiner Schwingungszeit der Regler sofort seine normale, der jeweiligen Beharrung und Tourenzahl entsprechende Lage einnimmt.

Die Muffenverschiebung besteht also aus zwei Strecken, von denen die Länge der einen der Beschleunigung, die der anderen der jeweiligen Geschwindigkeit proportional ist, was übrigens alles in Kapitel V aus der »Reglergleichung«

$$A = \frac{\delta_2}{\delta} \frac{T_a}{T_s} \frac{d\Delta}{d\tau} + \frac{\Delta}{\delta}$$

zu entnehmen ist.

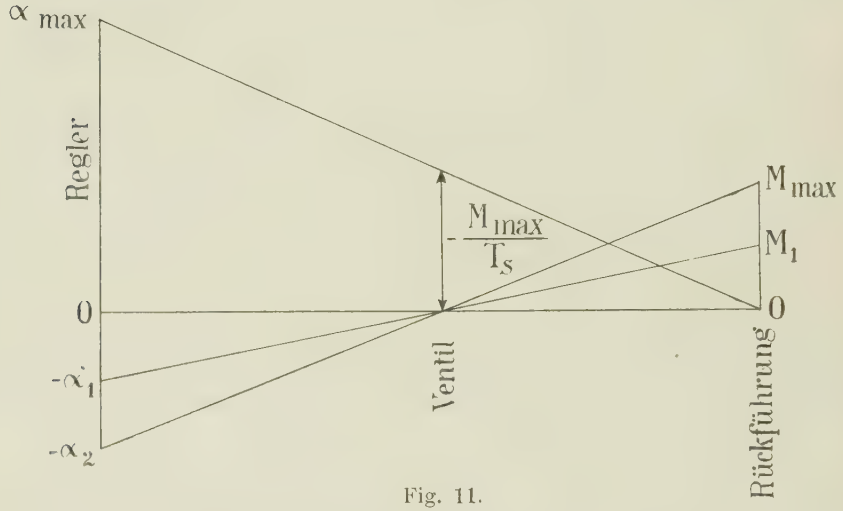

Fig. 11.

Durch Einführung des Wertes von »A« in die »Rückführungsgleichung« hat man:

$$\frac{T_a}{T_s} \frac{d\Delta}{d\tau} + \frac{\Delta}{\delta_2} + \frac{d\mu}{d\tau} + \mu \frac{\delta}{\delta_2} = 0$$

und durch Anwendung der »Motorgleichung« $\frac{d\Delta}{d\tau} = \frac{T_s}{T_a} \mu$

$$\frac{T_a}{T_s} \frac{d\Delta}{d\tau} + \frac{\Delta}{\delta_2} + \frac{T_a}{T_s} \frac{d^2\Delta}{d\tau^2} + \frac{T_a}{T_s} \frac{\delta}{\delta_2} \frac{d\Delta}{d\tau} = 0$$

oder

$$\frac{d^2\Delta}{d\tau_2} + \left(1 + \frac{\delta}{\delta_2}\right) \frac{d\Delta}{d\tau} + \frac{T_s}{\delta_2 T_a} \Delta = 0.$$

Die Lösung dieser bekannten Gleichung gibt im Falle, daß

$$\frac{T_s}{\delta_2\, T_a} < \frac{1}{4}\left(1+\frac{\delta}{\delta_2}\right)^2$$

den aperiodischen Vorgang

$$\Delta = C_1\, e^{x_1 \tau} + C_2\, e^{x_2 \tau}$$

worin

$$\chi = -\frac{1}{2}\left(1+\frac{\delta}{\delta_2}\right)\left\{1 \pm \sqrt{1-\frac{\frac{T_s}{\delta_2\, T_a}}{\frac{1}{4}\left(1+\frac{\delta}{\delta_2}\right)^2}}\right\} = -\frac{1}{2}\left(1+\frac{\delta}{\delta_2}\right)\left(1 \pm \gamma\right)$$

und

$$\gamma = \sqrt{1-\frac{\frac{T_s}{\delta_2\, T_a}}{\frac{1}{4}\left(1+\frac{\delta}{\delta_2}\right)^2}}.$$

Zur Bestimmung der Konstanten muß weiter für

$$\tau = 0 \quad \Delta_0 = -\delta E \qquad \left(\frac{d\Delta}{d\tau}\right)_0 = \frac{T_s}{T_a} E$$

sein, oder

$$-\delta E = C_1 + C_2 \qquad \frac{T_s}{T_a} - -\frac{1}{2}\left(1+\frac{\delta}{\delta_2}\right)\left\{-\delta E + \gamma\,(C_1 - C_2)\right\}$$

daraus

$$C_1 = -\frac{E}{2\gamma}\left\{\frac{1}{\frac{1}{2}\left(1+\frac{\delta}{\delta_2}\right)}\frac{T_s}{T_a} - \delta\,(1-\gamma)\right\}$$

und

$$C_2 = \frac{E}{2\gamma}\left\{\frac{1}{\frac{1}{2}\left(1+\frac{\delta}{\delta_2}\right)}\frac{T_s}{T_a} - \delta\,(1+\gamma)\right\}$$

wodurch

$$\Delta = -\frac{E}{2\gamma}\left\{\left(\frac{1}{\frac{1}{2}\left(1+\frac{\delta}{\delta_2}\right)}\frac{T_s}{T_a} - \delta\,(1-\gamma)\right) e^{-\frac{1}{2}\left(1+\frac{\delta}{\delta_2}\right)(1+\gamma)\tau}\right.$$
$$\left. - \left(\frac{1}{\frac{1}{2}\left(1+\frac{\delta}{\delta_2}\right)}\frac{T_s}{T_a} - \delta\,(1+\gamma)\right) e^{-\frac{1}{2}\left(1+\frac{\delta}{\delta_2}\right)(1-\gamma)\tau}\right\}.$$

Wenn dagegen

$$\frac{T_s}{\delta_2\, T_a} > \frac{1}{4}\left(1+\frac{\delta}{\delta_2}\right)^2$$

bekommen wir eine gedämpfte Schwingung, die, wenn die Konstanten in ganz ähnlicher Weise wie im vorigen Falle bestimmt sind, die Form

$$\text{(a)} \quad \Delta = E\, e^{-\frac{1}{2}\left(1+\frac{\delta}{\delta_2}\right)\tau} \left\{ \frac{1}{\gamma} \left(\frac{1}{\frac{1}{2}\left(1+\frac{\delta}{\delta_2}\right)} \frac{T_s}{T_a} - \delta \right) \sin \gamma \frac{1}{2}\left(1+\frac{\delta}{\delta_2}\right)\tau \right.$$

$$\left. - \delta \cos \gamma \frac{1}{2}\left(1+\frac{\delta}{\delta_2}\right)\tau \right\}$$

annimmt, worin

$$\gamma = \sqrt{\frac{\frac{T_s}{\delta_2\, T_a}}{\frac{1}{4}\left(1+\frac{\delta}{\delta_2}\right)^2} - 1} \quad \text{ist.}$$

Es ergibt sich weiter ein aperiodischer Grenzfall für

$$\frac{T_s}{\delta_2\, T_a} = \frac{1}{4}\left(1+\frac{\delta}{\delta_1}\right)^2 \quad \text{oder} \quad \gamma = 0.$$

In der Praxis ist es jedoch unmöglich, die Werte von δ_2, T_a und überhaupt von T_s so genau zu bestimmen, daß dieselben der obigen Bedingung entsprechen. Wir werden jedoch diesen Fall graphisch behandeln, um eine Trennungslinie zwischen dem Gebiet des aperiodischen Reguliervorganges und dem der gedämpften Schwingungen zu ziehen.

Die Bestrebungen einer guten Regulierung erfolgen von zwei Gesichtspunkten aus: erstens sucht man einen möglichst schwingungsfreien Vorgang zu erzielen, oder mindestens sehr rasch gedämpfte Schwingungen zu bekommen, die praktisch einem aperiodischen Vorgang gleichwertig sind, und sogar schneller als ein solcher in die Nähe der normalen Tourenzahl führen (siehe auch die Kurve *c*, Fig. 16). Zweitens sucht man die maximale Abweichung $\Delta_{\max}$ von der normalen Tourenzahl möglichst klein zu halten. Diese zwei Bestrebungen können nicht gleichzeitig auf die beste Weise erfüllt werden; denn während der günstigste aperiodische Vorgang durch die Bedingung $\frac{T_s}{\delta_2\, T_a} = \frac{1}{4}\left(1+\frac{\delta}{\delta_2}\right)^2$ bestimmt ist, liegt der Vorgang, bei welchem $\Delta_{\max}$ den kleinsten Wert annimmt, wie wir sehen werden, weitaus in dem Gebiete der gedämpften Schwingungen.

Wir müssen daher, um einen guten Reguliervorgang zu erzielen, T_s, δ, T_a, δ_2 derart wählen, daß der Reguliervorgang zwischen den zwei obengenannten Grenzfällen liegt.

Im folgenden werden wir den zweiten Grenzfall bestimmen, bei welchem die größte Tourenabweichung $\Delta_{\max}$ am kleinsten ausfällt. Dabei werden wir uns, wie bereits öfters gesagt, auf den Fall der totalen Entlastung, d. h. auf $E = 1$, beschränken.

Der obengenannte Ausdruck der gedämpften Schwingungen kann immer unter der klassischen Form

$$\Delta = Ce^{-p\tau} \sin(q\tau - \vartheta)$$

gebracht werden.

Wenn wir nun die größte Tourenschwankung $\Delta_{\max}$, die für unsere Rechnungen eine ausschlaggebende Bedeutung hat, ermitteln wollen, brauchen wir nur diesen Ausdruck zu differentiieren und erhalten

$$\frac{d\Delta}{d\tau} = Ce^{-p\tau}\left(-p \sin(q\tau - \vartheta) + q \cos(q\tau - \vartheta)\right)$$

und wenn wir $\frac{q}{p} = tg\,\beta$ einsetzen, so ist

$$\frac{d\Delta}{d\tau} = -Ce^{-p\tau}\left\{\sin\left(q\tau - (\vartheta + \beta)\right)\right\}\sqrt{p^2 + q^2}$$

und für $\Delta_{\max}$ muß $\frac{d\Delta}{d\tau} = 0$ oder $q\tau = \vartheta + \beta$ und daraus

$$\Delta_{\max} = Ce^{\frac{\vartheta + \beta}{tg\,\beta}} \sin\beta$$

sein.

Es können sich jetzt zwei Fälle ergeben; im ersten Falle nimmt die Ventilöffnung schon von Anfang an ab. Die maximale Servomotorgeschwindigkeit ist $-\frac{M_{\max}}{T_s}$, entspricht also der Schlußzeit T_s, die sich schon im Anfang des Vorganges durch die maximale Beschleunigung $\frac{\omega_m}{T_a}$ und die entsprechende Ventilöffnung bestimmt ist: im zweiten Falle nimmt die Ventilöffnung zuerst zu, dann wieder ab, und in einem gewissen Augenblick werden wir eine maximale Servomotorgeschwindigkeit erhalten, die einer minimalen Schlußzeit $T'_s < T_s$ entspricht. Es ist jedoch in diesem Falle angenommen, daß die Servomotorgeschwindigkeit $\frac{dM}{dt} = -\frac{M_{\max}}{T}$ der Ventilverschiebung immer proportional bleibt, was der konstruktiven Bedingung ent-

spricht, daß die Ventilsitze derart gebaut sind, daß ein Überschlagen des Ventiles ausgeschlossen bleibt, oder aber daß in Wirklichkeit nur solche Vorgänge in Betracht kommen, für welche E derart kleiner als 1 ist, daß das Ventil seinen Sitz nie überschlägt. In diesem zweiten Fall ist eine etwas bessere Ausnützung des Ventiles möglich und somit ein kleinerer Wert von $\Delta_{\max}$ zu erreichen.

Um diesen Fall näher zu besprechen, müssen wir den Wert von T'_s bestimmen, und werden zu diesem Zwecke die jeweilige Schlußgeschwindigkeit als Funktion der Zeit ausdrücken.

Aus der wohlbekannten Schwungmomentengleichung

$$\frac{M - M_1}{I} = \frac{d\omega}{dt}$$

erhalten wir durch Differentiation

$$\frac{1}{I}\frac{dM}{dt} = \frac{d^2\omega}{dt^2}.$$

Nehmen wir nun als Maß der Servomotorgeschwindigkeit eine veränderliche Schlußzeit T, so daß $\frac{dM}{dt} = -\frac{M_{\max}}{T}$ und unter Berücksichtigung der üblichen Bezeichnungen

$$\frac{d^2\Delta}{d\tau^2} = -\frac{M_{\max}}{T}\frac{T^2{}_s}{\omega_m I} = -\frac{T_s}{T}\frac{T_s}{T_a} \text{ ist.}$$

Aus dem früher erhaltenen Ausdruck von $\frac{d\Delta}{d\tau}$ hat man, durch nochmalige Differentiation und auf ganz ähnliche Weise:

$$\text{(b)} \quad -\frac{T_s}{T}\frac{T_s}{T_a} = \frac{d^2\Delta}{d\tau^2} = Ce^{-p\tau}\left\{\sin\left(q\tau - (\vartheta + 2\beta)\right)\right\}(p^2 + q^2).$$

Durch Vergleich dieses Ausdruckes mit demjenigen der Tourenabweichung $\Delta = Ce^{-p\tau}\sin(q\tau - \vartheta)$ und des jeweiligen Momentüberschusses

$$\mu = \frac{T_a}{T_s}\frac{d\Delta}{d\tau} = -\frac{T_a}{T_s}Ce^{-p\tau}\left\{\sin\left(q\tau - (\vartheta + \beta)\right)\right\}\sqrt{p^2 + q^2}$$

können wir folgern, daß β die Phasenverschiebung zwischen Tourenschwankung und Momentenschwankung, bezw. zwischen Momentenschwankung und Ventilbewegung darstellt.

Wenn wir den Ausdruck von $\frac{d^2\Delta}{d\tau^2}$ weiter differentiieren, so erhalten wir $\frac{d^3\Delta}{d\tau^3} = -Ce^{-p\tau}\left[\sin\left\{q\tau - (\vartheta + 3\beta)\right\}\right](p^2 + q^2)^{\frac{3}{2}}$.

Damit T ein Minimum, bezw. $\frac{d^2 \Delta}{d\tau^2}$ ein Maximum sei, muß $\sin \{ q\tau - (\vartheta + 3\beta) \} = 0$ sein.

Der Augenblick der größten Ventilöffnung, der größten Servomotorgeschwindigkeit $\frac{M_{\max}}{T'_s}$ oder der kleinsten Schlußzeit T'_s muß nach dem im Anfang des Abschnittes gesagten zwischen dem Anfang — bei welchem $q\tau = 0$ — und dem durch die Bedingung $q\tau = \beta + \vartheta$ bestimmten Zeitpunkt der maximalen Tourenschwankung liegen. Der Zeitpunkt der größten Ventilöffnung ist also nicht durch die Bedingung $q\tau = \vartheta + 3\beta$, sondern durch die Bedingung $q\tau = \vartheta + 3\beta - \pi$ bestimmt.[1])

Im Falle also, daß $\vartheta + 3\beta > \pi$, nimmt die Ventilöffnung zu, bis wir

$$\text{(c)} \qquad \frac{T_s}{T'_s} \frac{T_s}{T_a} = C e^{\frac{-\vartheta + 3\beta - \pi}{tg\beta}} (p^2 + q^2) \sin \beta$$

haben.

Da die größte Servomotorgeschwindigkeit, d. h. die größte Ventilöffnung als konstruktive Angabe allein maßgebend ist, müssen wir im Falle $\vartheta + 3\beta > \pi$ T'_s und nicht T_s der Berechnung zu Grunde legen.

Jetzt wollen wir in diesen allgemeinen Ausdrücken von $\Delta_{\max}$ und T'_s die ausführlichen Werte von p, q, C, β, ϑ einführen, die aus der speziellen Gleichung (a), welche den Reguliervorgang bestimmt, sich ergeben. Wir haben nämlich:

$$p = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\delta}{\delta_2}\right) \qquad q = \gamma \frac{1}{2}\left(1 + \frac{\delta}{\delta_2}\right)$$

$$\text{(c}^1\text{)} \qquad \frac{q}{p} = tg\beta = \gamma = \sqrt{\frac{\frac{T_s}{\delta_2 T_a}}{\frac{1}{4}\left(1 + \frac{\delta}{\delta_2}\right)^2} - 1} \qquad p^2 + q^2 = \frac{T_2}{\delta_2 T_a}$$

$$C^2 = \left[\frac{1}{\gamma}\left(\frac{\frac{T_s}{T_a}}{\frac{1}{2}\left(1 + \frac{\delta}{\delta_2}\right)^2} - \delta\right)\right]^2 + \delta^2$$

[1]) Vielfache von π kommen, da β und $\vartheta < \frac{\pi}{2}$, nicht in Betracht.

oder aber auch, durch einfache algebraische Ableitung

$$C^2 = \frac{1 - \frac{\delta}{\delta_2}\frac{\delta_2 T_a}{T_s}}{\frac{T_s}{\delta_2 T_a} - \frac{1}{4}\left(1 + \frac{\delta}{\delta_2}\right)^2}\left(\frac{T_s}{T_a}\right)^2$$

oder kürzer

$$C^2 = D^2\left(\frac{T_s}{T_a}\right)^2;$$

weiter muß für $\tau = 0$; $\Delta_0 = -C\sin\vartheta = -\delta$ oder $\sin\vartheta = \frac{\delta}{C}$ sein, und aus diesen Werten ist dann durch längere Umformung zu ermitteln

(d)
$$\sin\vartheta = \sqrt{\frac{\frac{T_s}{\delta_2 T_a} - \frac{1}{4}\left(1 + \frac{\delta}{\delta_2}\right)^2}{1 - \frac{\delta}{\delta_2}\frac{\delta_2 T_a}{T_s}}}\frac{\delta_2 T_a}{T_s}\frac{\delta}{\delta_2} = \frac{\delta}{\delta_2}\sqrt{\frac{\frac{T_s}{\delta_2 T_a} - \frac{1}{4}\left(1 + \frac{\delta}{\delta_2}\right)^2}{\left(\frac{T_s}{\delta_2 T_a} - \frac{\delta}{\delta_2}\right)\frac{T_s}{\delta_2 T_a}}}$$

Durch Anwendung dieser Werte ist es leicht, aus den allgemeinen Ausdrücken von $\frac{T_s}{T'_s}\cdot\frac{T_s}{T_a}$ und $\Delta_{\max}$ die Werte

$$\Delta_{\max} = \frac{T_s}{T_a}e^{-\frac{\vartheta+\beta}{tg\,\beta}}D\sin\beta$$

und

$$\frac{T_s}{T'_s} = \frac{T_s}{\delta_2 T_a}e^{-\frac{\vartheta+3\beta-\pi}{tg\,\beta}}D\sin\beta$$

$$\frac{\Delta_{\max} T_a}{T'_s} = \frac{T_s}{\delta_2 T_a}e^{-\frac{2\vartheta+4\beta-\pi}{tg\,\beta}}D^2\sin^2\beta$$

$$\frac{\delta T_a}{T''_s} = \frac{\delta}{\delta_2}e^{-\frac{\vartheta+3\beta-\pi}{tg\,\beta}}D\sin\beta$$

zu ermitteln. Es ist ferner

$$D\sin\beta = \sqrt{\frac{1 - \frac{\delta}{\delta_2}\frac{\delta_2 T_a}{T_s}}{\frac{T_s}{\delta_2 T_a}}} = \frac{\sqrt{\frac{T_s}{\delta_2 T_a} - \frac{\delta}{\delta_2}}}{\frac{T_s}{\delta_2 T_a}}$$

wodurch man die endgültigen Ausdrücke erhält

(e) $$\frac{T_s}{T'_s} = e^{-\frac{\vartheta + 3\beta - \pi}{tg\,\beta}} \sqrt{\frac{T_s}{\delta_2 T_a} - \frac{\delta}{\delta_2}}$$

(f) $$\frac{\Delta_{max} T_a}{T'_s} = e^{-\frac{2\vartheta + 4\beta - \pi}{tg\,\beta}} \left(1 - \frac{\delta}{\delta_2}\frac{\delta_2 T_a}{T_s}\right).$$

(g) $$\frac{\delta T_a}{T'_s} = e^{-\frac{\vartheta + 3\beta - \pi}{tg\,\beta}} \frac{\delta}{\delta_2}\frac{\delta_2 T_a}{T_s} \sqrt{\frac{T_s}{\delta_2 T_a} - \frac{\delta}{\delta_2}}$$

Aus der ersten dieser Gleichungen sind sehr wichtige Folgerungen zu ziehen. Wenn nämlich

$$\frac{T_s}{\delta_2 T_a} - \frac{\delta}{\delta_2} = 1 \quad \text{oder} \quad \frac{T_s}{\delta_2 T_a} = 1 + \frac{\delta}{\delta_2}$$

hat man aus Gleichung (d)

$$\sin\vartheta = \frac{\delta}{\delta_2}\sqrt{1 - \frac{1}{4}\left(1 + \frac{\delta}{\delta_2}\right)}$$

und aus Gleichung (c[1])

$$\sin\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{4}\left(1 + \frac{\delta}{\delta_2}\right)}$$

und diese Werte erfüllen durch Gleichsetzen die Bedingung $\sin\vartheta = \sin\beta\,(3 - 4\sin^2\beta)$, die trigonometrisch gleichwertig mit der Bedingung $\vartheta + 3\beta - \pi = 0$ ist.

Dann ist aber auch $\frac{T_s}{T'_s} = 1$ oder $T'_s = T_s$ und die Ventilöffnungskurve hat im Anfang eine wagerechte Tangente.

Weiter ist identisch

$$\frac{\delta T_a}{T'_s} = \frac{\frac{\delta}{\delta_2}}{\frac{T_s}{\delta_2 T_a}}; \quad \Delta_{max} = e^{-\frac{\pi - 2\beta}{tg\,\beta}} \left(1 - \frac{\frac{\delta}{\delta_2}}{\frac{T_s}{\delta_2 T_a}}\right)$$

worin

$$tg\,\beta = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{4}\frac{T_s}{\delta_2 T_a}} - 1}.$$

Da in diesem speziellen Falle $tg\,\beta$ durch algebraische Umformung auch unter die Form $tg\,\beta = \sqrt{3 - 4\frac{\delta T_a}{T'_s}}$ gebracht werden kann, so sind vorige Werte nur so lang gültig, als

$$\frac{\delta T_a}{T_s} < 0{,}75.$$

Die Ausnützung des Ventiles ist jedenfalls eine sehr gute, und der Vorgang kann als günstig bezeichnet werden; es ist jedoch klar, daß ein etwas kleinerer Wert von Δ_{max} — wenn auch bei langsamer Dämpfung der Schwingungen — zu erzielen ist, wenn man $\frac{T_s}{\delta_2 T_a} > 1 + \frac{\delta}{\delta_2}$ bzw. $\delta_2 < \frac{T_s}{T_a} - \delta$ macht, wodurch $T'_s < T_s$ wird.

Es handelt sich darum, da T'_s, T_a, δ von vornherein bestimmt sind, bei gegebenem $\frac{\delta T_a}{T'_s}$ diejenigen Werte von $\frac{\delta}{\delta_2}$ und $\frac{T_s}{\delta_2 T_a}$ zu ermitteln, die einen Minimalwert von $\frac{\Delta_{max} T_a}{T'_s}$ ergeben.

Es ist nicht schwer, eine Gleichung abzuleiten, die erfüllt wird durch sämtliche Werte von $\frac{\delta}{\delta_2}$ und $\frac{T_s}{\delta_2 T_a}$, welche einen Minimalwert für Δ_{max} ergeben. Eine solche Gleichung ist jedoch derart verwickelt, daß wir dieselbe für unsere Zwecke gar nicht verwenden können. Um unser Problem praktisch lösen zu können, haben wir einen ganz anderen Weg einzuschlagen; wir zeichnen nämlich auf Grund der bei Seite 39 aufgestellten Ausdrücke für verschiedene konstante Werte von $\frac{\delta}{\delta_2}$ die Kurven von $\frac{\Delta_{max} T_a}{T'_s}$ (Fig. 13), und von $\frac{\delta T_a}{T'_s}$ (Fig. 12) als Funktionen von $\frac{T_s}{\delta_2 T_a}$.

Wir können daher in Diagramm 12 sämtliche Werte von $\frac{\delta}{\delta_2}$ und von $\frac{T_s}{\delta_2 T_a}$ ermitteln, die einem gegebenen Wert von $\frac{\delta T_a}{T'_s}$ entsprechen. Für diese Werte von $\frac{\delta}{\delta_2}$ und von $\frac{T_s}{\delta_2 T_a}$ ermitteln wir die Werte von $\frac{\Delta_{max} T_a}{T'_s}$; alle Werte von $\frac{\Delta_{max} T_a}{T'_s}$, die dem nämlichen Wert von $\frac{\delta T_a}{T'_s} = f$ entsprechen, verbinden wir in Fig. 13 durch punktierte Linien. Durch solche Linien, deren flachen Verlauf besonders zu kennzeichnen ist, können wir den Minimalwert von $\frac{\Delta_{max} T_a}{T_s'}$ und die dazu gehörigen Werte von $\frac{\delta}{\delta_2}$ und

$\frac{T_s}{\delta_2 T_a}$ für jeden gegebenen Wert von $\frac{\delta T_a}{T'_s}$ bestimmen. Hierdurch wäre unsere Aufgabe bereits gelöst, um aber die Ergebnisse

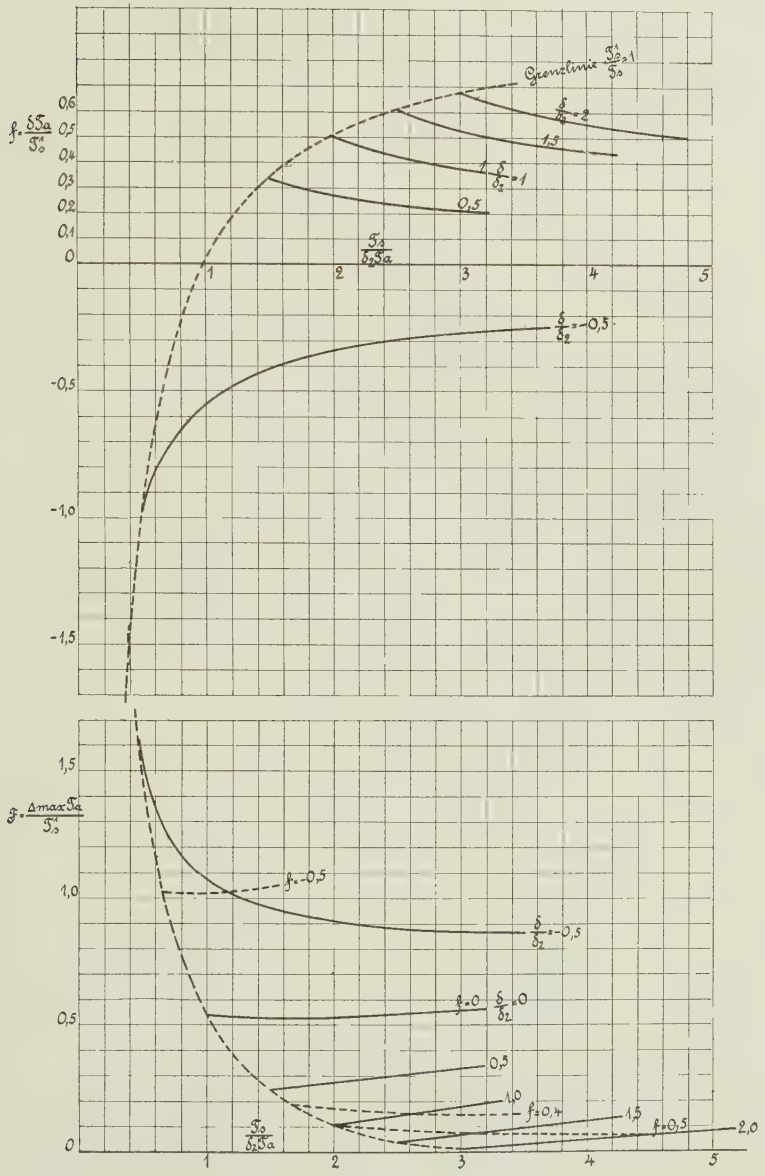

Fig. 12 und Fig. 13.

in eine einfachere und besser brauchbare Form zu bringen, wählen wir in einem anderen Diagramm (Fig. 14) $\frac{\delta}{\delta_2}$ als Ordinaten, und $\frac{T'_s}{\delta_2 T_a}$ als Abszissen. Hierauf zeichnen wir die Parabel, deren Punkte denjenigen Wertepaare von $\frac{\delta}{\delta_2}, \frac{T'_s}{\delta_2 T_a}$ entsprechen, die

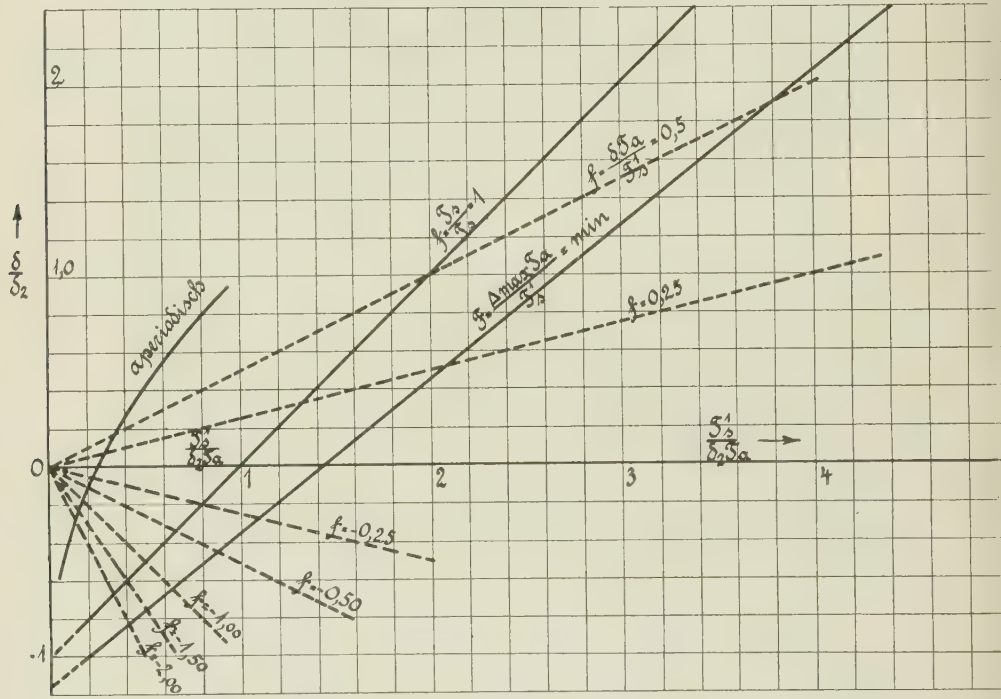

Fig. 14.

dem Verhältnis $\frac{T_s}{\delta_2 T_a} = \frac{1}{4}\left(1 + \frac{\delta}{\delta_2}\right)^2$ genügen, die also einem Reguliervorgang entsprechen, den wir »aperiodischen Grenzfall« genannt haben. (Siehe S. 34.)

Zweitens tragen wir die Gerade $\frac{T_s}{\delta_2 T_a} = 1 + \frac{\delta}{\delta_2}$ ein, die demjenigen Vorgang entspricht, bei welchem $T_s = T'_s$ und die Kurve der Ventilbewegung im Anfangspunkt eine wagerechte Tangente hat.

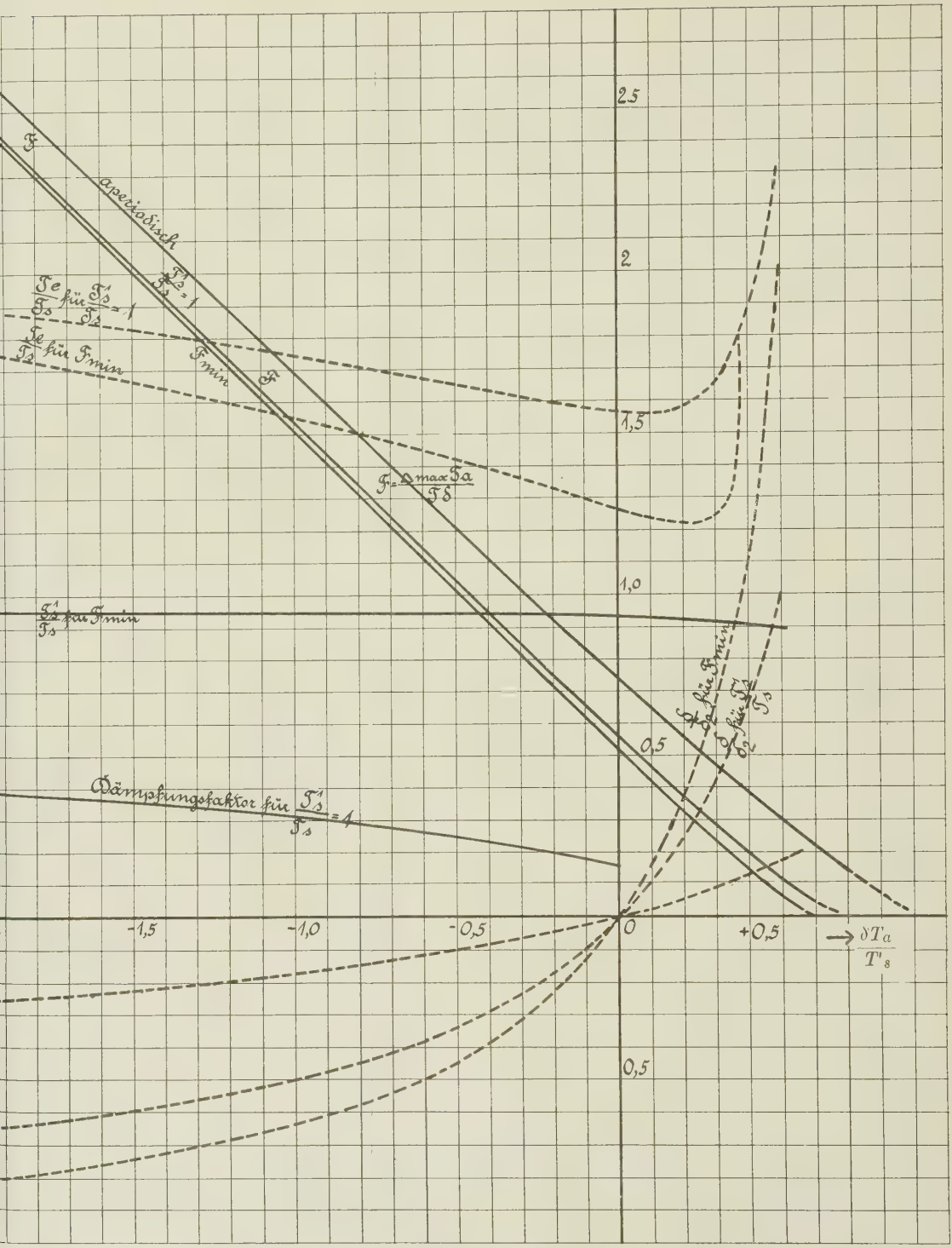

Fig. 15.

Theoretisch minimales $\frac{T_e}{T}$ für stabile Vorgänge.

Schließlich zeichnen wir diejenige Linie auf, die dem Minimalwert von $\frac{\Delta_{\max} T_a}{T'_s}$ entspricht.

Wir haben nicht streng mathematisch beweisen können, daß eine solche Linie eine Gerade ist, wir können aber doch sagen, daß dieselbe in praktischen Fällen von einer Gerade kaum zu unterscheiden ist.

In diesem Diagramme entspricht jeder Vektor durch den Anfangspunkt einem bestimmten Wert vom $\frac{\delta T_a}{T'_s}$. Für jeden gegebenen Wert von δ, T_a, T'_s sind wir also imstande, durch die Schnittpunkte des zugehörigen Vektors mit den drei oben genannten Linien diejenigen Werte von $\frac{T'_s}{\delta_2 T_a}$ bezw. auch von δ_2 zu bestimmen, die den drei verschiedenen Arten von Reguliervorgängen entsprechen. Zum Beispiel, für $\frac{\delta}{\delta_2} = 0$ sind diese drei verschiedenen Vorgänge durch die Kurven *b*, *c*, *d*, Fig. 16, dargestellt.

Zuletzt tragen wir noch in einem besonderen Diagramm (Fig. 15) diejenigen Kurven auf, welche das Abhängigkeitsverhältnis von $\frac{\delta}{\delta_2}$; $\frac{T'_s}{T_s}$; $\frac{\Delta_{\max} T_a}{T'_s}$; von $\frac{\delta T_a}{T'_s}$ für die drei verschiedenen Fälle angeben.

Weiter tragen wir für den Fall von $T_s = T'_s$ den Wert des Dämpfungsfaktors $e^{-\frac{\pi}{\operatorname{tg}\beta}}$ ein, d. h. des Verhältnisses zwischen zwei aufeinanderfolgenden Maximalwerten von Δ.

Für eine rückführungslose Regulierung, bei welcher (Fig. 7) der Punkt *C* festbleibt, ist $\delta = 0$, also $\frac{\delta}{\delta_2} = 0$.

In diesem Falle kann man den Wert von $\frac{T'_s}{\delta_2 T_a}$, der uns die kleinste Tourenschwankung gibt, direkt aus Gleichung (f) ermitteln, da

$\vartheta = 0$ und $\frac{\Delta_{\max} T_a}{T'_s} = e^{-\frac{4\beta - \pi}{\operatorname{tg}\beta}}$ wird.

Dieser Ausdruck zeigt einen Minimalwert, wenn $\frac{4\beta - \pi}{\operatorname{tg}\beta}$ ein Maximum ist, d. h. wenn

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\beta}\left(\frac{4\beta - \pi}{\operatorname{tg}\beta}\right) = \frac{4\operatorname{tg}\beta - (4\beta - \pi)(1 + \operatorname{tg}^2\beta)}{\operatorname{tg}^2\beta} = 0.$$

Von dem Wert $\operatorname{tg}\beta = \infty$ abgesehen, der einem Werte $\Delta_{max} = \frac{T'_s}{T_a}$ entspricht, hat man

$$\frac{4\operatorname{tg}^2\beta}{1 + \operatorname{tg}^2\beta} - (4\beta - \pi) = 0$$

oder $2\sin 2\beta = 4\beta - \pi$ oder $\sin 2\beta = 2\beta - \frac{\pi}{2}$.

Die Lösung dieser Gleichung ist am einfachsten graphisch, durch Schneiden einer Sinuslinie und einer geraden Linie[1]), zu finden. Man erhält $\beta = 66^0\ 10'\ 23'',5$

$$T_s = T'_s\ 1{,}0733, \quad \Delta_{max} = 0{,}5208\ \frac{T'_s}{T_a} = 0{,}486\frac{T_s}{T_a},$$

$$\frac{T'_s}{\delta_2 T_a} = 1{,}4277, \qquad \frac{T_s}{\delta_2 T_a} = 1{,}532, \qquad \delta_2 = 0{,}700\ \frac{T_s}{T_a}.$$

Die Periode ist $\tau_p = 5{,}54$.

Die aufeinanderfolgenden Maximalwerte nehmen im Verhältnis 0,251 ab; der Reguliervorgang ist daher nach 1—1½ Perioden praktisch als abgeschlossen zu betrachten.

Die Ventilöffnung ist am Anfang = 93,3 % der maximalen Öffnung, steigt rasch bis zu 100 % und nimmt dann bis 69,3 % für Δ_{max} ab. Dieser Verlauf entspricht dann der besten Ausnützung des Regulierventiles, die im Falle des rückführungslosen Reglers überhaupt möglich ist. Die Dämpfung ist, im Gegensatz zu Fliehkraftregler, wo ohne Rückführung nur ununterbrochene Schwingungen möglich sind, eine sehr rasche.

Wenn wir nun $\frac{T'_s}{\delta_2 T_a} < 1{,}427$ annehmen, wird zwar Δ_{max} größer, aber auch die Periode etwas länger, so daß der Vorgang sich mehr demjenigen der aperiodischen Regulierung nähert.

Wenn dagegen $\frac{T'_s}{\delta_2 T_a} > 1{,}427$ wird in Verhältnis zu $\frac{T'_s}{T_a}$ Δ_{max} größer, und der Dämpfungsfaktor auch; es wird jedoch die Periode τ_p kleiner, so daß die Dämpfung schlechter wird und

[1]) Hier nicht angeführt.

der ganze Vorgang nähert sich immer mehr demjenigen der rückführungslosen Fliehkraftregulierung.

Zum Beispiel, bei $\frac{T'_s}{\delta_2 T_a} = 0{,}250$ haben wir den aperiodischen Grenzfall, wodurch jede Regulierschwingung beseitigt, jedoch $\frac{\Delta_{max} T_a}{T_s}$ bis 0,736 erhöht wird. Dieser spezielle Fall ist von Herrn Dr. Thoma in der Z. f. d. g. T. vom 20. Juni 1910 behandelt worden; bei dem angeführten Beispiel ist jedoch zu bemerken, daß die Minimalschlußzeit T_s', nach unseren Bezeichnungen umgerechnet, nur $^1/_6''$ betragen würde, wodurch $\frac{T'_s}{T_a}$ den außerordentlich kleinen Wert von $^1/_{36}$ annimmt.

In Fig. 16 haben wir die verschiedenen Gestalten der Δ-, τ-Kurven für $\delta = 0$ gezeichnet, sowohl für den aperiodischen Grenzfall, als auch für den Fall $T_s = T'_s$, für den Fall des kleinsten Δ_{max} und schließlich, vergleichshalber, auch für den Fall des reinen Beharrungsreglers.

Aus dem Gesagten und vor allem aus den Diagrammen, kann man eine genaue Übersicht der Reguliervorgänge der kombinierten Regler mit unendlich kleiner Schwingungszeit gewinnen.

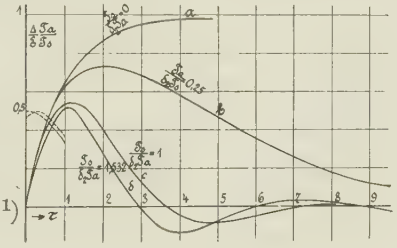

Fig. 16.

Die Wahl von δ_2, die die Bedeutung der Beharrungsregulierung im Vergleich zur Fliehkraftregulierung bestimmt, ist sehr vorsichtig vorzunehmen. Je größer δ_2, desto bedeutender ist die Beharrungswirkung, desto rascher ist die Dämpfung, bis man zu dem aperiodischen Grenzfall kommt, für welchen der Dämpfungsfaktor = 0 und eine weitere Vergrößerung von δ_2 zwecklos wird. Je kleiner δ_2, um so kleiner wird Δ_{max}, bis man zu einem Minimalwert von Δ_{max} kommt, wo eine weitere Verkleinerung von δ_2 nicht nur die Dämpfung nochmals verschlechtern, sondern auch einen größeren Wert von Δ_{max} nach sich ziehen würde.

---

[1]) Normale Tourenzahl.

Abgesehen von der Unsicherheit des Wertes δ_2, der aus den Konstruktionszeichnungen von vornherein nicht genau zu bestimmen ist, hängt die Wahl von δ_2 davon ab, ob man mehr Wert auf eine rasche Dämpfung oder auf eine kleine Maximal-Tourenschwankung legt. Im allgemeinen kann man behaupten, daß δ_2 derart zu wählen ist, daß bei $\frac{\delta T_a}{T_s} = 0$, der Vorgang vom Fall $\frac{T'_s}{T_s} = 1$ in der Richtung vom Fall $\Delta_{\max} =$ Minimum abweicht; dagegen wird der Vorgang vom Fall $\frac{T'_s}{T_s} = 1$ in der Richtung des aperiodischen Vorganges desto mehr abweichen, je größer der negative Wert von $\frac{\delta T_a}{T'_s}$ ist. (Vgl. Fig. 15.)

Das wichtigste Ergebnis dieses Kapitels ist, daß nicht allein Reguliervorgänge mit $\delta = 0$, d. h. mit konstanter Beharrungsgeschwindigkeit, zu erreichen sind, sondern auch mit $\delta < 0$, d. h. mit zunehmender Tourenzahl bei zunehmender Belastung. Es ist freilich in diesem Falle notwendig, um eine zu große Tourenschwankung zu vermeiden, ein ziemlich hohes Schwungmoment, also einen größeren Wert von T_a zu wählen, aber trotzdem wird immer eine so einfache Lösung eines so schwierigen Problems willkommen sein.

Zwei Diagramme der Tourenschwankung bei einer solchen »negativen Rückführung« sind in den Fig. 17 und 18 gezeichnet worden. Für das Diagramm von Fig. 17 ist

$$\frac{\delta}{\delta_2} = -0{,}36; \quad \delta_2 = 2{,}78\,\frac{T_s}{T_a}; \quad \delta = -\frac{T_s}{T_a},$$

für das andere Diagramm — Fig. 18 — mit noch stärker abnehmender Tourenzahl bei abnehmender Belastung (Überkompensierung) ist

$$\frac{\delta}{\delta_2} = -0{,}50; \quad \delta_2 = 4\,\frac{T_s}{T_a}; \quad \delta = -2\,\frac{T_s}{T_a}.$$

Bei $\delta > 0$ dagegen ist es möglich, gegenüber der reinen Fliehkraftregulierung, dasselbe $\Delta_{\max}$ mit einem kleineren T_a zu erreichen.

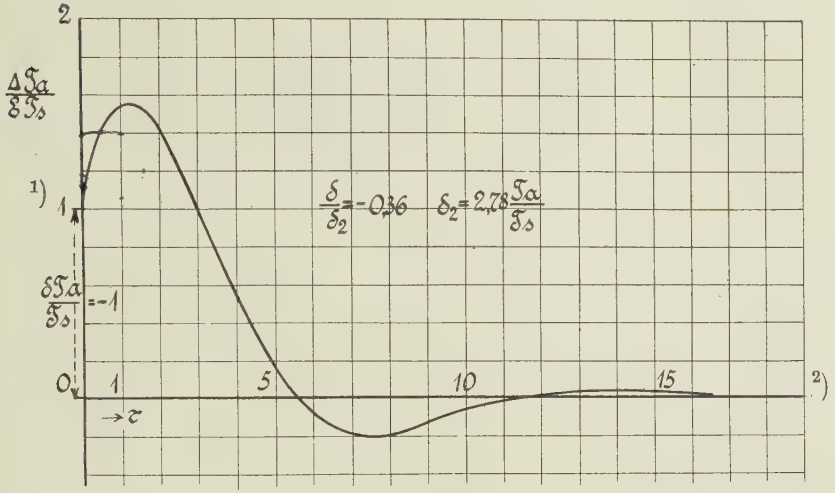

Fig. 17. Tourenschwankungsdiagramm (Entlastung).

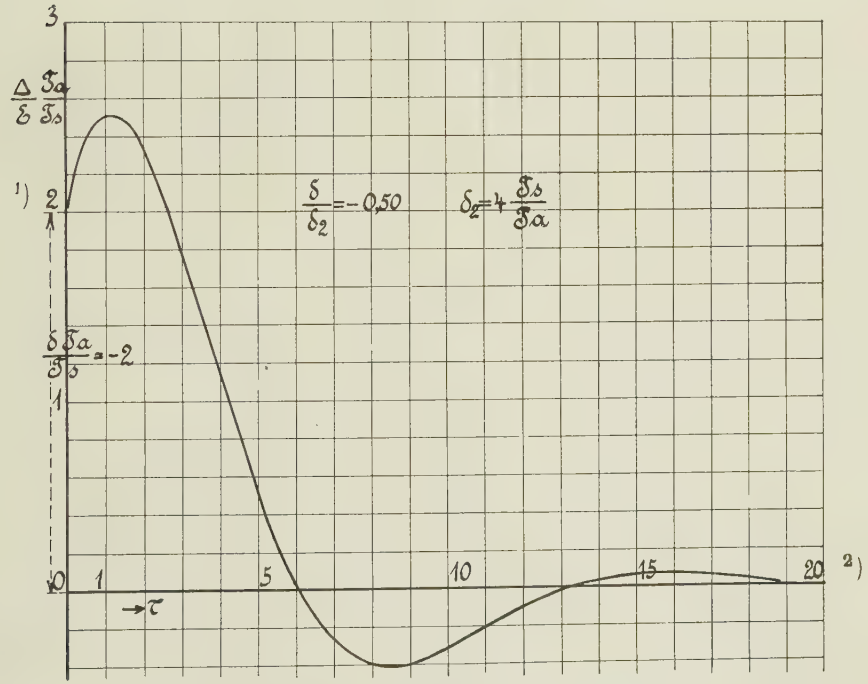

Fig. 18. Tourenschwankungsdiagramm (Entlastung).

---

[1]) Anfangstourenzahl.

[2]) Endtourenzahl.

b) Kombinierter Fliehkraft- und Beharrungsregler mit endlicher Schwingungszeit.

Dieser Fall unterscheidet sich vom vorigen nur dadurch daß in der Reglergleichung die Wirkung der Trägheit der Reglermassen und der Ölbremse berücksichtigt werden muß.

Die Gleichgewichtsgleichung des Schwungkörpers (s. A., Kap. IV, S. 11) muß also durch die zwei Kräfte $i_1 \frac{d^2\alpha}{dt^2}$, $\varkappa_1 \frac{d\alpha}{dt}$, (s. B., Kap. Ib, S. 23), die zur Reaktion der Feder hinzukommen, ergänzt werden und nimmt die Form

$$(\varkappa - 2m R^2 \omega^2)(\alpha + \alpha_x) + i_1 \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \varkappa_1 \frac{d\alpha}{dt} = i_2 \frac{d\omega}{dt} + 2m R^2 \varepsilon_y \omega^2$$

an, oder durch die schon bekannten Annäherungen:

$$(\varkappa - 2m R^2 \omega_m{}^2)(\alpha + \alpha_x) + i_1 \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \varkappa_1 \frac{d\alpha}{dt}$$

$$= i_2 \frac{d\omega}{dt} + 2m R^2 \alpha_y \, (\omega_o{}^2 + 2[\omega - \omega_o]\omega_m).$$

Wenn wir die Gleichung durch $\varkappa' = \varkappa - 2m R^2 \omega_m{}^2$ dividieren und bedenken, daß die Schwingungsdauer des Reglers $T_e = \pi \sqrt{\frac{i_1}{\varkappa'}}$ ist, oder umgeformt $\frac{i_1}{\varkappa'} = \frac{T_e{}^2}{\pi^2}$ (s. S. 18) und daß $\frac{i_1}{\varkappa_1} = T_\varkappa$ die sogenannte Bremsungszeit ist, woraus $\frac{\varkappa_1}{\varkappa'} = \frac{\varkappa_1 i_1}{\varkappa' i_1} = \frac{T_e{}^2}{\pi^2 T_\varkappa}$ sich ergibt und wenn wir noch mit A', B', C' drei konstante Koeffizienten bezeichnen, so haben wir die Gleichung

$$\varepsilon + \frac{T_e{}^2}{\pi^2} \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{T_e{}^2}{\pi^2 T_\varkappa} \frac{d\varepsilon}{dt} = A' \frac{d\omega}{dt} + B'\omega + C'.$$

Zur Koeffizientenbestimmung bemerken wir, daß diese Gleichung für jeden Wert von T_e erfüllt werden muß, also auch wenn $T_e = 0$ ist. Daraus schließen wir, daß A', B', C' dieselben Werte haben müssen, wie in dem Fall der unendlich kleinen Schwingungszeit (s. S. 12), und unsere Gleichung nimmt also die Form an:

$$\varepsilon + \frac{T_e{}^2}{\pi^2} \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{T_e{}^2}{\pi^2 T_\varkappa} \frac{d\alpha}{dt} = \varepsilon_{\max} \frac{T_a}{\omega_m} \frac{d\omega}{dt} - \alpha_2 \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0 - \omega_2}$$

oder durch Einführung der bekannten Ausdrücke δ, Δ

$$\frac{\alpha}{c_{\max}} + \frac{T_e^2}{\pi^2}\frac{d^2\alpha}{dt^2}\frac{1}{\alpha_{\max}} + \frac{T_e^2}{\pi^2 T_x}\frac{d\alpha}{dt}\frac{1}{\alpha_{\max}} = \frac{T_a}{\omega_m}\frac{d\omega}{dt} - \frac{\alpha_2}{\alpha_{\max}}\frac{\frac{\omega_0-\omega_1}{\omega_m} - \Delta}{\delta}$$

und nach Abschluß des Reguliervorganges muß bei einer Winkelgeschwindigkeit ω_1

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = 0 \quad \frac{d\alpha}{dt} = 0 \quad \frac{d\omega}{dt} = 0 \quad \Delta = 0$$

und der Ausschlag

$$\alpha = -\alpha_1, \text{ also } -\frac{\alpha_1}{\alpha_{\max}} = -\frac{\alpha_2}{\alpha_{\max}}\frac{\omega_0-\omega_1}{\omega_m}\frac{1}{\delta}$$

sein. Wenn wir diese Gleichung von der vorigen subtrahieren und dabei berücksichtigen, daß

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_{\max}} = \frac{\delta}{\delta_2} \quad \frac{\alpha+\alpha_1}{\alpha_{\max}} = A\frac{\delta}{\delta_2} \quad \tau = \frac{t}{T_s} \quad \frac{1}{\alpha_{\max}}\frac{d\alpha}{dt} = \frac{dA}{d\tau}\frac{1}{T_s}\frac{\delta}{\delta}$$

$$\frac{1}{\alpha_{\max}}\frac{d^2\alpha}{dt^2} = \frac{d^2A}{d\tau^2}\frac{1}{T_s^2}\frac{\delta}{\delta_2},$$

so erhalten wir:

$$A\frac{\delta}{\delta_2} + \frac{T_e^2}{\pi^2 T_s^2}\frac{\delta}{\delta_2}\frac{d^2A}{d\tau^2} + \frac{T_e^2}{\pi^2 T_x T_s}\frac{\delta}{\delta_2}\frac{dA}{d\tau} = \frac{T_a}{T_s}\frac{d\,\Delta}{d\tau} + \frac{\delta}{\delta_2}\frac{\Delta}{\delta}$$

oder besser umgeschrieben:

$$\pi^2\frac{\delta_2}{\delta}\frac{T_s T_a}{T_e^2}\frac{d\Delta}{d\tau} = \frac{d^2A}{d\tau^2} + \frac{T_s}{T_x}\frac{dA}{d\tau} + \pi^2\frac{T_s^2}{T_e^2}\left(A - \frac{\Delta}{\delta}\right).$$

Dazu kommen die »Rückführungsgleichung« $A + \frac{\delta_2}{\delta}\frac{d\mu}{d\tau} + \mu = 0$

und die »Motorgleichung« $\mu = \frac{T_a}{T_s}\frac{d\Delta}{d\tau}$, die genau dieselbe Form wie für den Regler mit unendlich kleiner Schwingungszeit besitzen.

Wenn wir durch diese Gleichungen die Variablen A aus der »Reglergleichung« eliminieren, so bekommen wir

$$\pi^2\frac{\delta_2}{\delta}\frac{T_s^2}{T_e^2}\frac{T_a}{T_s}\frac{d\Delta}{d\tau} + \frac{\delta_2}{\delta}\frac{T_a}{T_s}\frac{d^4\Delta}{d\tau^4} + \frac{T_a}{T_s}\frac{d^3\Delta}{d\tau^3} + \frac{\delta_2}{\delta}\frac{T_a}{T_s}\frac{T_s}{T_x}\frac{d^3\Delta}{d\tau^3}$$

$$+ \frac{T_a}{T_s}\frac{T_s}{T_x}\frac{d^2\Delta}{d\tau^2} + \pi^2\frac{T_s^2}{T_e^2}\frac{\delta_2}{\delta}\frac{T_a}{T_s}\frac{d^2\Delta}{d\tau^2} + \pi^2\frac{T_s^2}{T_e^2}\frac{T_a}{T_s}\frac{d\Delta}{d\tau} + \pi^2\frac{T_s^2}{T_e^2}\frac{\Delta}{\delta} = 0$$

oder geordnet

$$\frac{d^4\Delta}{d\tau^4} + \left(\frac{\delta}{\delta_2} + \frac{T_s}{T_x}\right)\frac{d^3\Delta}{d\tau^3} + \left(\frac{\delta}{\delta_2}\frac{T_s}{T_x} + \pi^2\frac{T_s^2}{T_e^2}\right)\frac{d^2\Delta}{d\tau^2} + \pi^2\frac{T_s^2}{T_e^2}\left(1 + \frac{\delta}{\delta^2}\right)\frac{d\Delta}{d\tau}$$

$$+ \pi^2\frac{T_s^2}{T_e^2}\frac{T_s}{\delta_2 T_a}\Delta = 0.$$

Die Integration dieser Gleichung gibt uns, wie bekannt (für den Fall der indirekten Regulierung bei gewöhnlichem Fliehkraftsregler (vgl. Tolle S. 665, Bauernsfeld S. 77):

$$\Delta = C_1 e^{x_1 \tau} + C_2 e^{x_2 \tau} + C_3 e^{x_3 \tau} + C_4 e^{x_4 \tau}$$

oder

$$\Delta = e^{p_1 \tau} (C_1 \sin q_1 \tau + C_2 \cos q_1 \tau) + C_3 e^{x_3 \tau} + C_4 e^{x_4 \tau}$$

oder

$$\Delta = e^{p_1 \tau} (C_1 \sin q_1 \tau + C_2 \cos q_1 \tau) + e^{p_2 \tau} (C_3 \sin q_2 \tau + C_4 \cos q_2 \tau),$$

wo x_1, x_2, x_3, x_4 bzw. $p_1 + i q_1$, $p_1 - i q_1$, x_3, x_4 bzw. $p_1 + i q_1$, $p_1 - i q_1$, $p_2 + i q_2$, $p_2 - i q_2$ die Wurzeln der Gleichung:

$$x^4 + \left(\frac{\delta}{\delta_2} + \frac{T_s}{T_z}\right) x^3 + \left(\frac{\delta}{\delta_2}\frac{T_s}{T_z} + \pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2}\right) x^2 + \pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2}\left(1 + \frac{\delta}{\delta_2}\right) x + \pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2}\frac{T_s}{\delta_2 T_a} = 0.$$

sind. In dieser Gleichung kommen neben dem schon bekannten Rückführungskoeffizienten $\frac{\delta}{\delta_2}$ und dem Schwungradkoeffizienten $\frac{T_s}{\delta_2 T_a}$ noch ein Schwingungskoeffizient $\pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2}$ und ein Bremsungskoeffizient $\frac{T_s}{T_z}$ als Folge der endlichen Schwingungszeit in Betracht.

Stabilitätsbedingungen.

Damit der Vorgang stabil sei, muß sich die Winkelgeschwindigkeit ω der Maschine allmählich der normalen Geschwindigkeit ω_1, des Endzustandes beim Reaktionsmoment M, des Kraftabnehmers, nähern; es muß also für $\tau = \infty$, $\Delta = 0$ sein. Dafür müssen alle reellen Teile der Wurzeln der oben angegebenen Gleichung vierten Grades negativ ausfallen.

Das entspricht folgenden Bedingungen (von Prof. Hurwitz in Zürich zuerst festgestellt, sonst siehe auch Tolle S. 629): Zuerst müssen alle Koeffizienten der Gleichung positiv sein, was bei $\delta \geqq 0$ immer zutrifft, da δ_2 immer positiv gemacht werden muß und bei $\delta < 0$ durch genügend starke Bremsung immer zu erreichen ist, solange

$$\pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2} > \left(\frac{\delta}{\delta_2}\right)^2,$$

auch der Ausdruck $\left(1 + \frac{\delta}{\delta_2}\right)$ wird stets, da in praktischen Fällen $\frac{\delta}{\delta_2}$ immer > -1 (vgl. Fig. 14), positiv sein.

Eine weitere, sehr wichtige Bedingung ist noch durch die allgemeine Beziehung $(a_1, b_1 - c_1)\ c_1 - d_1\ a_1^2 > 0$ ausgedrückt, wo a_1, b_1, c_1, d_1 die Koeffizienten der Gleichung

$$x_1^4 + a_1 x^3 + b_1 x^2 + c_1 x + d = 0$$

sind oder in unserem Falle:

$$\left\{\left(\frac{\delta}{\delta_2}\right)^2 \frac{T_s}{T_\varkappa} + \frac{\delta}{\delta_2}\left(\frac{T_s}{T_\varkappa}\right)^2 + \pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2}\frac{T_s}{T_\varkappa} - \pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2}\right\}\left(1 + \frac{\delta}{\delta_2}\right)$$
$$- \left(\frac{\delta}{\delta_2} + \frac{T_s}{T_\varkappa}\right)^2 \frac{T_s}{\delta_2 T_a} > 0$$

oder nach $\frac{T_s}{T_\varkappa}$ geordnet

$$\left\{\left(1 + \frac{\delta}{\delta_2}\right)\frac{\delta}{\delta_2} - \frac{T_s}{\delta_2 T_a}\right\}\left(\frac{T_s}{T_\varkappa}\right)^2 + \left\{\left[\left(\frac{\delta}{\delta_2}\right)^2 + \pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2}\right]\left(1 + \frac{\delta}{\delta_2}\right) - 2\frac{\delta}{\delta_2}\frac{T_s}{\delta_2 T_a}\right\}\frac{T_s}{T_\varkappa}$$
$$- \left\{\left(\frac{\delta}{\delta_2}\right)^2 \frac{T_s}{\delta_2 T_a} + \pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2}\left(1 + \frac{\delta}{\delta_2}\right)\right\} > 0.$$

Als erstes Ergebnis können wir feststellen, daß auch in diesem Falle, wie Bauernsfeld, S. 78 und Tolle, S. 665, für die indirekte Fliehkraftregulierung bewiesen haben, ein stabiler Vorgang nur bei Anwendung irgendwelcher Bremsvorrichtung möglich ist, da für $\frac{T_s}{T_\varkappa} = 0$ der Ausdruck < 0 wird.

Bei $\delta > 0$ kann es sein, daß $\frac{T_s}{\delta_2 T_a} < \left(1 + \frac{\delta}{\delta_2}\right)\frac{\delta}{\delta_2}$, jedoch auch nur bei sehr großen Werten von $\frac{\delta T_a}{T_s}$, was in praktischen Fällen sehr selten vorkommt.

Dann wird für diesen Fall I der Vorgang bei einer gewissen Drosselung der Ölbremse stabil und bleibt stabil für jede beliebig große Drosselung. In allen anderen Fällen, sowohl für $\delta \geq 0$ als für $\delta < 0$ wird der Vorgang bei einer sehr starken Drosselung wieder labil, da der erste Klammerausdruck negativ ist und mit dem dritten den zweiten überwiegt.

Wenn bei $\delta > 0$ und $\frac{T_s}{\delta_2 T_a} > \left(1 + \frac{\delta}{\delta_2}\right)\frac{\delta}{\delta_2}$ der Wert von

$$\frac{T_s}{\delta_2 T_a} > \frac{1}{2\frac{\delta}{\delta_2}}\left(1 + \frac{\delta}{\delta_2}\right)\left[\left(\frac{\delta}{\delta_2}\right)^2 + \pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2}\right]$$

ist, was bei

$$\pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2} > \left(\frac{\delta}{\delta_2}\right)^2$$

immer der Fall ist, so sind die drei Klammerausdrücke negativ und es ist bei jeder Bremsung der Reguliervorgang labil. (Fall II.)

Wenn wir von diesen zwei Fällen I und II absehen, die obige Beziehung in $\frac{T_s}{T_x}$ als Gleichung zweiten Grades in $\frac{T_s}{T_x}$ betrachten, und unter die klassische Form bringen

$$a\left(\frac{T_s}{T_x}\right)^2 + b\left(\frac{T_s}{T_x}\right) + c = 0,$$

wo a, c negativ, b positiv ist, bekommen wir zwei Werte von $\frac{T_s}{T_x}$

$$\frac{T_s}{T_x} = \frac{1}{2a}\left(-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}\right),$$

wo $-\frac{b}{2a}$ positiv ist.

Der Vorgang ist in diesem Fall III stabil, solang $\frac{T_s}{T_k}$ zwischen diesen zwei Werten liegt; es müssen daher diese zwei Werte reell sein, d. h. muß:

$$b^2 - 4ac = \left\{\left[\left(\frac{\delta}{\delta_2}\right)^2 + \pi^2\frac{T_s^2}{T_e^2}\right]\left(1 + \frac{\delta}{\delta_2}\right) - 2\frac{\delta}{\delta_2}\frac{T_s}{\delta_2 T_a}\right\}^2$$
$$+ 4\left\{\left(1 + \frac{\delta}{\delta_2}\right)\frac{\delta}{\delta_2} - \frac{T_s}{\delta_2 T_a}\right\}\left\{\left(\frac{\delta}{\delta_2}\right)^2\frac{T_s}{\delta_2 T_a} + \pi^2\frac{T_s^2}{T_e^2}\left(1 + \frac{\delta}{\delta_2}\right)\right\} > 0$$

sein, oder anders geschrieben:

$$\left[\left\{\left(\frac{\delta}{\delta_2}\right)^2 + \pi^2\frac{T_s^2}{T_e^2}\right\}^2 - 4\pi^2\frac{T_s^2}{T_e^2}\left\{\frac{T_s}{\delta_2 T_a} - \frac{\delta}{\delta_2}\right\}\right]\left(1 + \frac{\delta}{\delta_2}\right)^2 > 0,$$

was gleichwertig mit der Bedingung:

$$\left\{\left(\frac{\delta}{\delta_2}\right)^2 + \pi^2\frac{T_s^2}{T_e^2}\right\}^2 > 4\pi^2\frac{T_s^2}{T_e^2}\left\{\frac{T_s}{\delta_2 T_a} - \frac{\delta}{\delta_2}\right\} \text{ ist.}$$

Aus dieser Gleichung können wir schließen, daß die Eigenschwingungszeit T_e des Reglers um so größer sein kann, je größer die Anlaufzeit T_a ist. Für jeden Wert von $\frac{\delta}{\delta_2}$ und $\frac{T_s}{\delta_2 T_a}$ ergibt sich ein Maximalwert von $\frac{T_e}{T_s}$, nach dessen Überschreitung der Vorgang trotz beliebiger Drosselung der Ölbremse immer labil ist. Diese Maximalwerte von $\frac{T_e}{T_s}$ sind sowohl für

diejenigen Werte von $\frac{\delta}{\delta_2}$ und $\frac{T_s}{\delta_2 T_a}$, die der Bedingung $\Delta_{max} =$ Minimum entsprechen, als auch für die Werte von $\frac{\delta}{\delta_2}$ und $\frac{T_s}{\delta_2 T_a}$, welche der Bedingung $T_s = T_s'$ genügen, in Kurven (der Fig. 15) dargestellt worden. Für die Werte von $\frac{\delta}{\delta_2}$, $\frac{T_s}{\delta_2 T_a}$, die der Bedingung $\frac{T_s}{\delta_2 T_s} = \frac{1}{4}\left(1 + \frac{\delta}{\delta_2}\right)^2$ genügen, also den aperiodischen Grenzfall geben, haben wir z. B. für

$$\frac{\delta T_a}{T_s} = -1{,}9,\ \frac{T_e}{T_s} < 2{,}7;\quad \frac{\delta T_a}{T_s} = 0,\ \frac{T_e}{T_s} < 3{,}14$$

und für

$$\frac{\delta T_a}{T_s} = 0{,}47,\ \frac{T_e}{T_s} < 3{,}7.$$

Für $\delta = 0$ bekommen wir den vereinfachten Ausdruck

$$\pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2} > 4 \frac{T_s}{\delta_2 T_a} \text{ oder } \frac{T_e}{T_s} < \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{1}{\frac{T_s}{\delta_2 T_a}}}$$

und bei $T_s' = T_s$ für $\frac{T_s}{\delta_2 T_a} = 1$; $\frac{T_e}{T_s} < 1{,}57$, bei $\Delta_{max} =$ Min. für $\frac{T_s}{\delta_2 T_a} = 1{,}532$, $\frac{T_e}{T_s} < 1{,}27$. Daraus geht hervor, daß T_e im Vergleich zu T_s um so größer sein darf, je mehr der Vorgang dem aperiodischen Vorgang sich nähert.

Der untere Grenzwert $\frac{T_s}{T_x} = \frac{1}{2a}\left(-b + \sqrt{b^2 - 4ac}\right)$, der der kleinsten zulässigen Drosselung entspricht, bei welcher der Vorgang stabil ist, muß möglichst klein gehalten werden (vgl. Tolle S. 666), damit die Reglerwirkung nicht zu stark gehemmt wird und infolgedessen die Tourenzahl nicht zu hoch steigen kann.

Um die Abhängigkeit des Verhältnisses $\frac{T_s}{T_x}$ von $\frac{T_s}{T_e}$ genauer überblicken zu können, bilden wir die Abgeleitete:

$$\frac{d\left(\frac{T_s}{T_x}\right)}{d\left(\pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2}\right)} = \frac{1}{2a}\left\{-\frac{db}{d\left(\pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2}\right)} + \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{b^2 - 4ac}} \frac{d(b^2 - 4ac)}{d\left(\pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2}\right)}\right\}$$

oder entwickelt

$$\frac{d\left(\frac{T_s}{T_x}\right)}{d\left(\pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2}\right)} = -\frac{\frac{1}{2}\left(1+\frac{\delta}{\delta_2}\right)}{\left(1+\frac{\delta}{\delta_2}\right)\frac{\delta}{\delta_2} - \frac{T_s}{\delta_2 T_a}} \cdot$$

$$\cdot \left\{ 1 - \frac{\left\{\left(\frac{\delta}{\delta_2}\right)^2 + \pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2}\right\} - 2\left(\frac{T_s}{\delta_2 T_a} - \frac{\delta}{\delta_2}\right)}{\sqrt{\left\{\left(\frac{\delta}{\delta_2}\right)^2 + \pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2}\right\}^2 - 4\pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2}\left\{\frac{T_s}{\delta_2 T_a} - \frac{\delta}{\delta_2}\right\}}} \right\}.$$

Wir nehmen jetzt an, daß $\frac{T_s}{\delta_2 T_a} > \left(1+\frac{\delta}{\delta_2}\right)\frac{\delta}{\delta_2}$ sei, was, wie bereits gesagt, bei allen praktischen Fällen sich bewährt; dann ist der außerhalb der Klammer stehende Ausdruck positiv; weiter muß, wie früher bewiesen, bei stabilem Vorgang $\left(\frac{\delta}{\delta_2}\right)^2 < \pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2}$ sein.

Ferner kann die Stabilitätsbedingung (S. 52)

$$\left\{\left(\frac{\delta}{\delta_2}\right)^2 + \pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2}\right\}^2 > 4\pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2}\left\{\frac{T_s}{\delta_2 T_a} - \frac{\delta}{\delta_2}\right\}$$

unter die Form

$$\left\{\left(\frac{\delta}{\delta_2}\right)^2 + \pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2}\right\}\frac{1}{2}\frac{\left(\frac{\delta}{\delta_2}\right)^2 + \pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2}}{\pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2}} > 2\left\{\frac{T_s}{\delta_2 T_a} - \frac{\delta}{\delta_2}\right\}$$

gebracht werden, und da $\pi^2 \frac{T_s^2}{T_{e2}} > \left(\frac{\delta}{\delta_2}\right)^2$ ist, so muß die Ungleichung

$$\left\{\left(\frac{\delta}{\delta_2}\right)^2 + \pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2}\right\} > 2\left\{\frac{T_s}{\delta_2 T_a} - \frac{\delta}{\delta_2}\right\}$$

erst recht erfüllt, also

$$\left\{\left(\frac{\delta}{\delta_2}\right)^2 + \pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2}\right\} - 2\left\{\frac{T_s}{\delta_2 T_a} - \frac{\delta}{\delta_2}\right\}$$

sicher positiv sein.

Nun bilden wir die Differenz aus den letzten Quotienten (*s*) (vom Fall I S. 51 abgesehen)

$$\left(\sqrt{\left\{\left(\frac{\delta}{\delta_2}\right)^2 + \pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2}\right\}^2 - 4\pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2}\left\{\frac{T_s}{\delta_2 T_a} - \frac{\delta}{\delta_2}\right\}}\right)^2 - \left(\left\{\left(\frac{\delta}{\delta_2}\right)^2 + \pi^2 \frac{T_s^2}{T_e^2}\right\} - 2\left\{\frac{T_s}{\delta_2 T_a} - \frac{\delta}{\delta_2}\right\}\right)^2 = -4\left\{\frac{T_s}{\delta_2 T_a} - \frac{\delta}{\delta_2}\right\}\left\{\frac{T_s}{\delta_2 T_a} - \left(1+\frac{\delta}{\delta_2}\right)\frac{\delta}{\delta_2}\right\}.$$

Der zweite Klammerausdruck ist, wie gesagt, positiv, und umsomehr ist es der erste, der ganze Ausdruck ist also negativ.

Daraus können wir schließen, daß der oben abgeleitete Ausdruck von $\frac{d\left(\frac{T_s}{T_e}\right)}{\delta\left(\tau^2\frac{T_s^2}{T_e^2}\right)}$ für $\frac{T_s}{\delta_2 T_a} > \left(1+\frac{\delta}{\delta_2}\right)\frac{\delta}{\delta_2}$ und für alle stabilen Vorgänge immer negativ ist.

Es wird also bei abnehmender Eigenschwingungszeit T_e die erforderliche Minimalbremsung $\frac{T_s}{T_k}$ immer kleiner.

Zusammenfassend kann man also sagen, daß bei großen Werten von $\frac{\delta T_a}{T_s}$ und stark aperiodischen Vorgängen kann man bei beliebig großer Eigenschwingungsdauer des Reglers einen stabilen Vorgang durch genügende Bremsung immer erzielen. Bei allen anderen, wichtigeren Fällen, wo δ kleiner, null oder negativ ist, darf $\frac{T_e}{T_s}$ dagegen einen bestimmten Wert nicht überschreiten; je mehr der Vorgang dem aperiodischen sich nähert, desto größer darf $\frac{T_e}{T_s}$ sein; anderseits erfordert ein kleineres $\frac{T_e}{T_s}$ eine schwächere Bremsung.

Bestimmung der Konstanten.

Für $\tau=0$ muß zuerst $\Delta_0 = -\delta E$ und $\left(\frac{d\Delta}{d\tau}\right)_0 = \frac{T_s}{T_a}E$ sein. Aus »der Rückführungsgleichung« und aus der »Motorgleichung« folgt

$$A = -\frac{T_a}{T_s}\frac{d\Delta}{d\tau} - \frac{\delta_2}{\delta}\frac{T_a}{T_s}\frac{d^2\Delta}{d\tau^2}$$

also $\left(\frac{d^2\Delta}{d\tau^2}\right)_0 = 0$, da für $\tau = 0$. $A_0 = \frac{\Delta_0}{\delta} = -E$.

In ähnlicher Weise ergibt sich $\left(\frac{d^3\Delta}{d\tau^3}\right)_0 = 0$, weil die Muffengeschwindigkeit im Anfang null sein muß, das heißt $\left(\frac{dA}{d\tau}\right)_0 = 0$.

Im Falle von komplexen Wurzeln, d. h. bei einem Vorgang, der aus zwei gedämpften Schwingungen besteht, hat man

$$\Delta = e^{p_1 \tau} (C_1 \cos q_1 \tau + C_2 \sin q_1 \tau) + e^{p_2 \tau} (C_3 \cos q_2 \tau + C_4 \sin q_2 \tau)$$

und für $\tau = 0$

$$\Delta = C_1 + C_3 = -\delta E$$

$$\left(\frac{d\Delta}{d\tau}\right)_0 = p_1 C_1 + q_1 C_2 + p_2 C_3 + q_2 C_4 = \frac{T_s}{T_a} E$$

$$\left(\frac{d^2\Delta}{d\tau^2}\right)_0 = (p_1^2 - q_1^2) C_1 + 2 p_1 q_1 C_2 + (p^2{}_2 - q^2{}_2) C_3 + 2 p_2 q_2 C_4 = 0$$

$$\left(\frac{d^3\Delta}{d\tau^3}\right)_0 = p_1 (p_1^2 - 3 q_1^2) C_1 + q_1 (3 p_1^2 - q_1^2) C_2 + p_2 (p_2^2 - 3 q_2^2) C_3 + q_2 (3 p_2^2 - q_2^2) C_4 = 0.$$

Daraus folgern wir, daß C_1, C_2, C_3, C_4 und damit die Tourenschwankungen dem Entlastungsfaktor E proportional sind.

Weitere Schlüsse zu ziehen, namentlich betreffs der maximalen Tourenschwankung Δ_{max} als Funktion der verschiedenen Koeffizienten, die die Eigenschaft des Regulierapparates charakterisieren, ist bei allgemeiner Betrachtung vollständig ausgeschlossen.

Man muß sich begnügen, jeden praktischen Fall durch Anwendung der allgemeinen Gleichungen numerisch zu untersuchen.

C. Erörterung anderer Fragen.

Eine fernere Untersuchung unseres Problems von anderen Gesichtspunkten aus, unter Benutzung der bereits erreichten Ergebnisse, würde die Abhandlung nur umfangreicher gestalten, nicht aber zu deren Vervollkommnung beitragen und auch zu keinen bedeutenden Resultaten gegenüber der gewöhnlichen Fliehkraftregulierung führen. Wir wollen jedoch einzelne Fälle noch ganz kurz berühren.

I. Annahme konstanter Reguliergeschwindigkeit.

Für die Servomotorgeschwindigkeit kann z. B. ein negativer konstanter Wert $\frac{dM}{dt} = -\frac{M_{\max}}{T_s}$ angenommen werden, wenn das Ventil oberhalb seiner Ruhelage sich befindet: ein positiver konstanter Wert $\frac{dM}{dt} = +\frac{M_{\max}}{T_s}$, wenn das Ventil unterhalb derselben ist.

In diesem Falle, da $\mu = \frac{M - M_1}{M_{\max}}$ und $\tau = \frac{t}{T_s}$ ist, wird $\frac{d\mu}{d\tau} = -1$, daraus durch Integration $\mu = -\tau +$ Konst. Da aber bei $\tau = 0$ $\mu_0 = E$ ist und mit Rücksicht auf die »Motorgleichung«:

$$\frac{d\Delta}{d\tau} = \frac{T_s}{T_a}\mu = \frac{T_s}{T_a}\left(-\tau + E\right)$$

und durch nochmalige Integration

$$\Delta = -\frac{T_s}{T_a}\frac{\tau^2}{2} + \frac{T_s}{T_a}E\tau + \text{Konst.}$$

ist, so nimmt die Tourenschwankungskurve die wohlbekannte Form der »Pfarrschen Geschwindigkeitsparabel« an (vgl. Tolle, Seite 636).

Im Falle des einfachen Beharrungsreglers mit unendlich kleiner Schwingungsdauer steigt z. B. bei totaler Entlastung Δ bis zu seinem Maximalwert $\Delta_{max} = {}^1/_2 \frac{T_s}{T_a}$ für $\tau = 1$; da besitzt die Geschwindigkeitskurve eine wagerechte Tangente und wird damit die Beschleunigung gleich Null: es wird somit das Regulierventil zugemacht, so daß die Geschwindigkeit konstant bleibt. Das Geschwindigkeitsdiagramm besteht aus einem Parabelzweig, welcher bei seinem Scheitel in die Tangente übergeht (s. Fig. 8), während bei dem reinen, rückführungslosen Fliehkraftregler die Parabelkurve sich fortwährend wiederholt, in der Form eines sinusoidähnlichen Diagramms.

II. Hubbegrenzungen am Servomotor.

Der Einfluß der Hubbegrenzungen am Servomotor ist hier auf ganz ähnliche Weise zu behandeln wie bei dem gewöhlichen Fliehkraftregler. Der Momentenüberschuß μ ist der Tangente an die Kurve der Tourenschwankungen direkt proportional, also

$$\frac{d\Delta}{d\tau} = \frac{T_s}{T_a}\mu.$$

Das Kraftmoment der Maschine kann infolge der Reibungswiderstände nur einen niedrigsten negativen Wert $-M_r$ annehmen, anderseits einen bestimmten größten Wert $M_{ü}$, der höchsten vorkommenden Überlastung entsprechend, nicht übersteigen. Wenn wir nun die Ausdrücke

$$\frac{-M_r - M_1}{M_{max}} = \frac{-M_r - M_{max} + M_{max} - M_1}{M_{max}} = E - (1 + E_r),$$

worin $E_r = \frac{M_r}{M_{max}}$ und

$$\frac{M_{ü} - M_1}{M_{max}} = \frac{M_{ü} - M_{max} + M_{max} - M_1}{M_{max}} = E + E_{ü},$$

wo

$$E_{ü} = \frac{M_{ü} - M_{max}}{M_{max}}$$

ist, bilden, so darf die Neigung der Tourenschwankungskurve nur Werte innerhalb der Grenzen $\frac{T_s}{T_a}\Big(E - (1 + E_r)\Big)$ und $\frac{T_s}{T_a}(E + E_{ü})$ annehmen; außerhalb derselben, wie die Untersuchungen der

gewöhnlichen Fliehkraftregulierung ergeben, geht der stärker geneigte Kurvenzweig in eine gerade Linie mit den oben angegebenen Grenzneigungen über. Die Tourenschwankungskurve ist jedoch ihrem ganzen Verlauf nach nur dann gültig, wenn die höchsten Neigungen nicht überschritten werden, wie in dem Fall, wo die Entlastung nicht zu groß ist.

Eine ausführlichere Behandlung weiterer ähnlicher Fälle, wie die Berücksichtigung der lebendigen Kraft der Servomotorsteile, bzw. des Zuflußwassers bei Wasserkraftmaschinen, würde hier zu weit führen, ohne vorliegende Abhandlung wesentlich und originell zu fördern.

Im Anschluß zu unseren Betrachtungen würde allerdings eine große Wichtigkeit und großes Interesse die praktische Ausführung des eigentlichen Reglers bieten und zu höchst interessanten konstruktiven Ausbildungen und Untersuchungen Veranlassung geben.

D. Schlußwort.

Ziel unserer Abhandlung war die Erörterung folgender Fragen:

Welche Vorteile gewährt die indirekte Beharrungsregulierung?

Welche Anforderungen sind an den Regler zu stellen, um den günstigsten Reguliervorgang zu erzielen?

Unsere Betrachtungen haben zu folgenden Ergebnissen geführt:

Durch Verwendung eines kombinierten Beharrungsreglers wird ein rascher und stark gedämpfter Reguliervorgang sogar bei $\delta < 0$, d. h. bei konstanter, bzw. steigender Tourenzahl, mit größer werdender Last, ermöglicht. Dadurch ist eine zweite Kompensation entbehrlich gemacht, und die ganze Vorrichtung gestaltet sich einfacher und übersichtlicher als bei den reinen Fliehkraftreglern. Während bei dem reinen Fliehkraftregler die Rückführung unentbehrlich ist um die Regulierschwingungen zu dämpfen, wird diese Rolle bei dem kombinierten Regler durch die Beharrungswirkung übernommen, und die Rückführung tritt nur an die Stelle der zweiten Kompensation ein.

Ein weiterer Vorteil besteht darin, daß die infolge der Reibung entstehende Zeitverzögerung in unserem Falle verschwindend klein ist, da der Regler bei jeder genügend großen Belastungsschwankung sofort in Wirksamkeit tritt; eine geringe Zeitverzögerung kann nur wegen der Ventilüberdeckung und wegen anderer toten Gänge eintreten.

Zur Bestimmung der Konstruktionsgrößen einer kombinierten Reguliervorrichtung nehmen wir als Konstruktionsangaben

die Winkelgeschwindigkeit des Reglers . . . ω_m,
die Anlaufszeit der Maschine . . . . . T_a,

die kleinste Schlußzeit (schätzungsweise), die der größten Ventilöffnung entspricht, . . T'_s

und den Unregelmäßigkeitsgrad . . . . . $\frac{\omega_0 - \omega_2}{\omega_m} = \delta$,

der dem Unterschied der normalen Tourenzahlen des stationären Zustandes bei Vollast und bei Leerlauf entspricht; T_a und ω_m müssen möglichst groß, T'_s möglichst klein sein.

Die Reguliervorrichtung muß derart bemessen sein, daß dem durch die maximale Beschleunigung $\frac{\omega_m}{T_a}$ verursachten Ausschlag α_{max} des Beharrungskörpers eine Schlußzeit T_s entspricht, die entweder $= T'_s$ oder nur weniger größer ist (5%, höchstens 10%).

Demselben Ausschlag α_{max} muß anderseits auch eine verhältnismäßige Tourenabweichung δ_2 (charakteristischer Unregelmäßigkeitsgrad) entsprechen.

δ_2 ist am leichtesten in Fig. 14 für jeden Wert von $\frac{\delta T_a}{T'_s}$ aus dem entsprechenden Wert von $\frac{T_s}{\delta_2 T_a}$ zu bestimmen. Für jeden Wert von $\frac{\delta T_a}{T'_s}$ bekommen wir verschiedene Werte von $\frac{T''_s}{\delta_2 T_a}$, je nach dem wir einen aperiodischen Reguliervorgang, oder die kleinste Tourenabweichung, oder irgendeinen dazwischenliegenden Fall zu bekommen wünschen.

Z. B. für $\frac{\delta T_a}{T'_s} =$ 0,50 ist $\delta_2 = 0{,}26$ bis $0{,}50 \frac{T'_s}{T_a}$,

» $\delta = 0$ » $\delta_2 = 0{,}65$ » $4{,}00 \frac{T'_s}{T_a}$,

» $\frac{\delta T_a}{T'_s} = -2$ » $\delta_2 = 2{,}50$ » $7{,}00 \frac{T'_s}{T_a}$.

Der Unregelmäßigkeitsgrad δ_2 gibt uns also das Verhältnis zwischen Beharrungs- und Fliehkraftwirkung an; je größer derselbe ist, um so rascher werden die Regulierschwingungen gedämpft, bis ein aperiodischer Vorgang stattfindet.

Durch die Beziehung $\alpha_2 = \alpha_{max} \frac{\delta}{\delta_2}$ bestimmen wir den Ausschlag α_2 des Beharrungskörpers, der den zwei extremen Lagen der Rückführung entsprechen muß.

Ferner muß zur Überwindung der inneren Widerstände der Regler sowohl als Beharrungs- wie auch als Fliehkraftregler ein gewisses Arbeitsvermögen (A_2 bzw. A_1) besitzen. Zwischen diesen beiden Arbeitsvermögen besteht das Verhältnis $A_2 = 2\,\delta_2\,A_1$; bei zunehmendem δ_2 muß also entweder die Beharrungsmasse des Reglers oder seine Unempfindlichkeit gegen Tourenerhöhung vergrößert werden.

Das Verhältnis zwischen der Reibungsarbeit der Regulierteile und dem Arbeitsvermögen des Fliehkraftreglers gibt uns die kleinste verhältnismäßige Tourenerhöhung, das Verhältnis zwischen Reibungsarbeit und Arbeitsvermögen des Beharrungsreglers gibt uns die kleinste verhältnismäßige Entlastung an, bei welcher eine Regulierung stattfindet.

Schließlich muß der Regler eine möglichst kleine Schwingungszeit T_c besitzen. Das Verhältnis derselben zur Schlußzeit T_s darf unter keinen Umständen den in Fig. 15 bestimmten Wert von 1,20 bis 2, höchstens 3 überschreiten, sondern muß so tief wie möglich unter dieser Grenze bleiben.

Die Schwingungsdauer kann einerseits durch Verminderung der erforderlichen Regelungsenergie, d. h. der inneren Reibung des Reglers, anderseits durch Erhöhung der lebendigen Kraft des Beharrungskörpers herabgesetzt werden. Das letztere wird am besten, unter Vermeidung von zu schweren und zu großen Beharrungskörpern, durch Erhöhung der Drehzahl erreicht.

Die Erfüllung obiger Bedingungen, vor allem die Verwendung höherer Tourenzahlen, ist konstruktiv nicht leicht erreichbar, die Vorteile der indirekt wirkenden Beharrungsregulierung sind aber derart wichtig und die Fortschritte des modernen Maschinenbaues in der Ausführung schnellaufender Bewegungsorgane so weitgehend, daß eine praktische Lösung vorliegender Aufgabe am Ende wohl gelingen wird.